

**Über dieses Buch**

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

**Nutzungsrichtlinien**

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

**Über Google Buchsuche**

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

379812

Ueber

# die Natur der Musik

von

**Wilhelm Opelt,**

Königl. Sächs. Kreis-Steuer-Einnehmer.

Mit einer Kupfertafel.

1834.

Digitized by Google

Digitized by Google

379812

# Ueber
# die Natur der Musik

Ein

vorläufiger Auszug aus der bereits auf Unterzeichnung angekündigten

„Allgemeinen Theorie der Musik“

von

**Wilhelm Opelt,**

Königl. Sächs. Kreis-Steuer-Einnehmer.

BIBLIOTH
DE LA
VILLE DE
LYON

Plauen,

Gedruckt auf Kosten des Verfassers

und in Commission

bei Hermann und Langbein in Leipzig.

1834.

Digitized by Google

Digitized by Google

# Einleitung.

Schon längst war bekannt, dass den einzelnen Tönen unsrer modernen Dur- und Moll-Tonleiter, bei naturgemässer Reinheit der Intervalle, folgende Schwingungs- oder Puls-Verhältnisse zukommen:

| C | D | $E^b$ | E | F | G | $A^b$ | A | B | H | c |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $10/9$ $9/8$ | $6/5$ | $5/4$ | $4/3$ | $3/2$ | $8/5$ | $5/3$ | $16/9$ $9/5$ | $15/8$ | 2 |

so wie dass die Wohlgefälligkeit der Zweiklänge und der Accorde überhaupt sich nach der grösseren oder geringeren Einfachheit des Pulsverhältnisses der betreffenden Töne richte, indem nach Obigem

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| der Octave | das | Pulsverhältniss | | $2/1$ |
| der Quinte | " | " | " | $3/2$ |
| der Quarte | " | " | " | $4/3$ |
| der grossen Terz | " | " | " | $5/4$ |
| der kleinen Terz | " | " | " | $6/5$ |
| u. s. w. | u. s. w. | | u. s. w. | |

angehört. Nicht aber war bis jetzt auf befriedigende Weise erklärt, warum diese Verhältnisse in demselben Grade, wie sie für den Verstand in der sichtbaren Zahl oder für das Auge in den Werken der bildenden Künste fasslich und angenehm sind, auch dem Ohre im Gebiete des Klanges wohlgefällig erscheinen. Die Unzulänglichkeit der deshalb aufgestellten mannigfaltigen Hypothesen, verbunden mit dem Umstande, dass wir in der praktischen Musik jene theoretischen Verhältnisse ohne erheblichen Nachtheil für das Consoniren der Intervalle anscheinend sehr merklich abändern können, hatte es in neuerer Zeit sogar wieder bezweifeln lassen, dass das Consoniren der Töne an die Ein-



Digitized by Google

fachheit ihres Pulsverhältnisses gebunden sei, und man war sehr geneigt, zu andern Erklärungen seine Zuflucht zu nehmen. (Siehe unter andern v. Bär's Anthropologie, Seite 285 ffg.) Wenn indess jeder mit der mathematisch-physikalischen Theorie der Musik vertraute Musiker zu dem Bekenntniss sich gezwungen fühlen musste, dass die Genauigkeit jener Pulsverhältnisse eine unerlässliche Bedingung des völlig reinen Consonirens der Klänge sei, so war es wohl wünschenswerth, die noch obschwebenden Einwürfe zu beseitigen und die Ursache des Wohlgefälligen oder Aufregenden in den einzelnen Tonverbindungen sowohl, als in der Musik überhaupt noch weiter nachzuweisen. Dass solches auf das Ueberzeugendste werde geschehen können, schien mir um so weniger unmöglich, als über den wirklich Statt findenden, wenn auch in seinen Ursachen noch nicht völlig klar erkannten Zusammenhang zwischen den Klangpulsverhältnissen und den ihnen angehörigen Erscheinungen jeder Zweifel in mir verschwunden war. Seit langer Zeit beschäftigte mich daher die Frage über die Ursache dieses Zusammenhangs und das Verlangen nach einer befriedigenden Erklärung, warum aus dem mehr oder weniger einfachen Pulsverhältnisse auch ein mehr oder minder wohlgefälliger Klang erscheine und erscheinen müsse; und wenn ich meinem eignen Urtheil nicht misstrauen darf, so sind auch meine Bemühungen nicht ganz ohne Erfolg geblieben.

Das Ergebniss derselben beabsichtigte ich den Freunden der Musik, wie der Naturkunde überhaupt möglichst vollständig in der bereits unterm 6. Dec. 1832 von mir selbst und früher noch in der Leipziger musik. Zeitung vom 29. Febr. 1832. Nr. 9. vorläufig angekündigten „Allgemeinen Theorie der Musik" mitzutheilen; es blieb jedoch wegen unzureichender Theilnahme noch ungewiss, ob und wann diese vollständigere Darstellung werde erscheinen können. Weniger meiner eignen Ansicht über den Werth derselben, als wiederholten ehrenwerthen Aufforderungen folgend, habe ich mich daher jetzt entschlossen, vorläufig wenigstens die Grundzüge jener allgemeinen Theorie in dem vorliegenden Auszuge bekannt zu machen, um das Publikum in den Stand zu setzen, über die Sache selbst genauer urtheilen zu können, als es auf den Grund einer blossen Anzeige möglich ist. Es wird nicht befremden dürfen, wenn der weniger vorbereitete Leser hier noch Manches unverständlich finden sollte; diess ist bei einem gedrängten Auszuge schwer zu vermeiden; ich glaube indess versichern zu dürfen, dass jene vollständigere Schrift solche fühlbare Lücken ergänzen würde. Wenigstens war ich nach besten Kräften bemüht, den Vortrag auch für diejenigen Leser, denen die wissenschaftliche Theorie der Musik noch ganz fremd war, möglichst verständlich und in der geeignetsten Ordnungsfolge abzufassen; auch glaube ich über die einem solchen Zwecke entsprechende Vortragsweise mir insofern einiges Urtheil beimessen zu dür-

Digitized by Google

fen, als ich selbst niemals mündlichen Unterricht darüber genossen habe, folglich die Schwierigkeiten kenne, welche mit dem Selbststudium verbunden sind.

Damit man aber auch nicht mehr erwarte, als beschränkte Zeit und Kräfte zu geben im Stande waren, will ich hier eine Uebersicht des Inhalts jener allgemeinen Theorie der Musik wiederholen. Sie zerfällt in folgende einzelne Abhandlungen.

I. Allgemeine Betrachtungen über den Schall und

II. Schwingungsgesetze klingender Körper.

Beide Abhandlungen bloss innerhalb der Sphäre des Musikers gehalten, für den Physiker also etwas Neues nicht gebend.

III. Mathematisch-physikalische Darstellung des modernen Tonsystems, möglichst deutlich entwickelt unter folgenden Unterabtheilungen:

1. Allgemeine vorbereitende Betrachtungen.
2. Diatonische Tonleiter.
3. Von den Intervallen und ihrer Berechnung, insbesondere mit Hülfe der hierzu ganz vorzüglich geeigneten Logarithmen, deren Erklärung für den Nichtmathematiker am Schlusse des Buches enthalten ist.
4. Enharmonische und chromatische Tonleiter.
5. Natürliche Tonfolge oder harmonische Tonleiter.
6. Ueber den Zusammenhang der Intervalle.
7. Aeltere Theilungsarten der Intervalle.
8. Erläuterung der verschiedenen Klanggeschlechter.
9. Theorie des Con- und Dissonirens der Klänge.
10. Anzahl und Lage der einfachsten Intervalle.
11. Entwickelung der Dur- und Molltonleiter aus dem Gesetz des Rhythmus.

Letztgedachte drei Unterabtheilungen in derjenigen Maasse behandelt, wie vorliegender Auszug andeutet.

IV. Hülfsmittel zur Versinnlichung der Theorie, und zwar

1. Darstellung der Rhythmen mittelst einfacher Pendel.
2. Die Sirene, deren Beschreibung und Gebrauch.
3. Monochord (Tonmesser) nebst einer Tafel für die Stegverrückungen, um jede

Digitized by Google

verlangte kleine Abweichung von der vollen Reinheit der Intervalle angeben zu können.

4. Bildliche Darstellungen, Toncurve, Tonsäule, vergleichende Scalen für verschiedene Tonleitern, deren Theorie und Einrichtung aus vorliegenden Blättern vollständig erhellen wird.

V. Musikalische Temperaturen; ihre absolute Nothwendigkeit für die praktische Musik; Unvollkommenheit aller enharmonischen Tonleitern; verschiedene Arten der Temperaturen; theoretische Untersuchung der möglichen gleichschwebenden Temperaturen; über die Zulässigkeit und die Grenzen der Abweichung der Intervalle von ihrer vollen Reinheit, mit einer Tafel, welche die Abweichungen für verschiedene Applicaturfehler bei den Streichinstrumenten übersehen lässt; ungleichschwebende und gleichschwebende 12stufige Temperaturen; über die Möglichkeit eines noch vollständigern praktischen Tonsystems bei Eintheilung der Octave in 19 gleiche Stufen.

VI. Von den Accorden; theoretische Darstellung derselben; bildliche Versinnlichung mittelst des Accordmessers.

VII. Auflösung der Dissonanzen; Grund des Verlangens darnach; Regel, welche die Natur desshalb an die Hand giebt; Ausweichungen im Allgemeinen und im Besonderen; enharmonische Rückungen, deren Eigenthümlichkeiten mit Hülfe der bildlichen Scalen und der Logarithmen deutlicher dargestellt werden konnten, als es bis jetzt geschehen ist.

VIII. Tact, Rhythmus, Zeitmaass; Berechnung und Beschreibung des einfachen Pendels als Tactmessers.

IX. Andeutungen über den ästhetischen Theil der Musik.

X. Allgemeine Uebersicht der einfachen Gesetze des Tongebiets, als Wiederholung des Ganzen.

XI. Theorie der Flageolet-Töne, vollständig entwickelt, nebst einer Uebersicht der Berührungsstellen für die natürlichen und brauchbarsten Flageolet-Töne.

XII. Tafeln, welche die Tonverhältnisse, die Vergleichung der verschiedenen theoretischen und praktischen Scalen u. s. w. in Zahlen darstellen.

Die Darstellung ist daher nur insofern neu, als sie die Theorie der Musik auf die Gesetze des Rhythmus begründet und mehre neue Hülfsmittel zu wesentlicher Erleichterung des Studiums darbietet, von welchen letzteren die Sirene und die bildli-

Digitized by Google

chen Scalen das meiste Interesse und den meisten Nutzen gewähren dürften. Hoffentlich wird dadurch auch der Musiker wieder mehr für die harmonische Akustik gewonnen, deren Kenntniss ihm nicht fehlen darf, wenn er in seiner Sphäre wirklich einheimisch werden will. Die bisherige Abneigung gegen die mathematische Intervallen-Lehre wird desto mehr verschwinden, je mehr man mit ihr vertraut wird, was mit obigen Hülfsmitteln mehr als leicht sein dürfte.

Bedauerlich wäre es, wenn der Musiker allein den Führer beargwohnen könnte, der sich überall so glänzend bewährt und der auch hier, in dem Labyrinthe seiner Gefühlstheorie, sicher zu leiten vermag. Vergebens würde sich auch der Musiker bemühen, die Mathematik aus seiner Sphäre zu verweisen; so lange es Musik giebt, wird ihn die Natur zwingen, mit dem Ohre zu zählen, es wird aber diese Gefühlsmessung niemals hinreichen, um das Gebiet der Töne nach allen Richtungen und bis in seine zartesten Theile zu verfolgen und zu ergründen. Auch möge der Künstler nicht befürchten, dass durch eine solche abstracte Zergliederung der Musik seine Phantasie erkältet werden könnte. Mich dünkt, dass die Untersuchung ihrer Elemente für den Verstand eben so anziehend sei, als ihre Wirkungen für das Gefühl bezaubernd sind.

Doch ich will dem Urtheile des geneigten Lesers nicht vorgreifen, ich übergebe ihm jetzt diese Blätter und die darin angedeuteten neuen Hülfsmittel für das Studium der Musik zu eigner Prüfung und erlaube mir schlüsslich nur noch auf eine Ausstellung zu antworten, welche mir in Betreff des Namens für das hier beschriebene neue Instrument von mehren Seiten gemacht worden ist. Allerdings hat solches mit der Latour'schen Sirene nur eine entfernte Aehnlichkeit, auch war es nicht diese Latour'sche Vorrichtung, welche mich auf die Erfindung jenes Instruments leitete. Die erste Idee dazu entwickelte sich gleichsam von selbst aus der blossen Betrachtung solcher Pulsgruppen, wie Fig. 1. deren einige darstellt; es lag auf der Hand, sich diese Gruppen auf einem rotirenden Kreise zu denken, um sich ihre stete Wiederkehr in ununterbrochenem Flusse zu versinnlichen; hieran knüpfte sich dann sogleich auch die Erinnerung an die Wirkung des sogenannten Schnurr-Rädchens u. s. w., und damit war dann ohne Weiteres die Frage gegeben, ob ein auf obige Weise durchbohrter und schnell rotirender Kreis, durch Vermittlung eines Luftzuges, den vermutheten Accord nicht auch für das Gehör darstellen werde. In wenig Minuten war dann aus einem Wandkalender eine Scheibe geschnitten, mit einigen durchbohrten Kreisen versehen u. s. w. und die Vermuthung bestätigt. Da ich indess späterhin fand, dass Latour eine mit Löchern durchbrochene Scheibe zu Darstellung eines bestimmten Tones unter dem Namen „Sirene" bereits eingeführt hatte und ich selbst auf die Ehre der Erfindung meiner Sirene um so weniger einen hohen Werth legen konnte, als dieses Hülfsmittel

Digitized by Google

so äusserst nahe lag, so wollte ich auch noch den letzten Schein von Eitelkeit vermeiden, die mir vielleicht wäre beigemessen worden, wenn ich mein Instrument unter einem völlig neuen Namen hätte bekannt machen wollen; ich behielt daher den Namen Sirene bei und betrachtete meine Versuche nur als eine Fortsetzung oder Erweiterung der Latour'schen. Ich selbst finde den Namen Sirene wenig passend und würde eher für das Wort Rhythmometer stimmen: es thut indess der Name vor der Hand nichts zur Sache, möge er immerhin mangelhaft sein, wenn es nur die Sache selbst nicht ist.

Plauen, im Voigtland,
im März 1834.

*W. Opelt.*

Digitized by Google

## Einige Begriffe von der Intervallen-Rechnung, als Vorbereitung für den damit noch nicht vertrauten Leser.

Alles, was wir durch das Gehör wahrnehmen, bezeichnet man überhaupt mit dem Worte Schall, von dessen unzählig verschiedenen Arten man im Allgemeinen wieder Geräusch und Klang unterscheidet. Die Erfahrung lehrt, dass die Ursache des Schalles schnell auf einander folgende Pulse sind, welche von schwingenden oder vibrirenden Körpern (worunter auch die Luft in den Pfeifen und Blasinstrumenten gehört) erzeugt, und entweder durch sie selbst oder mit Hülfe andrer Zwischenmittel, gewöhnlich mit Hülfe der Luft, bis zum Ohre fortgepflanzt werden. Das Geräusch entsteht aus unregelmässigen, der Klang aber aus regelmässigen, in gleich langen Zwischenzeiten pendelartig auf einander folgenden Pulsen. Die regelmässigen, oder die Klangpulsreihen, unterscheiden sich wieder von einander nach Art, Stärke und Geschwindigkeit der Pulse. Erstere bedingt die Qualität des Klanges (Flötenklang, Hörnerklang, Saitenklang u. s. w.), die Stärke der Pulse aber die Stärke des Klanges und ihre Geschwindigkeit dasjenige, was wir Höhe nennen. In Bezug auf die verschiedene Höhe benennen wir nun die Klänge insbesondere mit dem Worte „Töne.“ Letztere sind also nichts weiter als Klangpulse mit blosser Rücksicht auf ihre Geschwindigkeit betrachtet. Wo bloss Art und Stärke der Pulse in Frage kommt, sollte man daher auch nicht das Wort Ton, sondern das Wort Klang gebrauchen, also nicht sagen: das Instrument hat einen schönen vollen und starken Ton, sondern einen schönen u. s. w. Klang. Mit Hülfe der Mathematik ist es dem Physiker gelungen, die Anzahl Pulse zu bestimmen, welche den verschiedenen Tönen in einerlei Zeit zukommen, und es wird nun hieraus die Möglichkeit erhellen, wie man die Töne selbst der Berechnung unterwerfen kann. Die Beurtheilung der verschiedenen Höhe der Töne besteht nämlich in einer blossen Gefühlszählung mittelst des Gehörsinnes, und wir müssen dieser Zählung nachrechnen können, weil wir die den Tönen zukommenden Pulsmengen anzugeben vermögen. Leicht wird man ferner einsehen, dass es hierbei nicht nöthig ist, eine bestimmte Zeit, z. B. eine Secunde, als Zeiteinheit zu wählen oder auszumitteln, wie viele Pulse einem jeden Tone gerade in einer Secunde angehören, sondern dass es völlig hinreicht, wenn man nur das Verhältniss der Geschwindigkeit bestimmt, in welchem die Pulse verschiedener Klangpulsreihen oder verschiedener Töne zu einander stehen. Gesetzt nämlich, man hätte (wie es in der Natur auch wirklich der Fall ist) gefunden, dass die Pulsgeschwindigkeiten für die Töne

| | C | c | g | $\bar{c}$ | $\bar{e}$ | $\bar{g}$ | $\bar{\bar{c}}$ | $\bar{\bar{d}}$ | $\bar{\bar{e}}$ | $\bar{\bar{g}}$ | $\bar{\bar{h}}$ | $\bar{\bar{\bar{c}}}$ | u. s. w. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| sich wie | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 16 | u. s. w. |

verhalten, oder dass der Octave stets doppelt so viele Pulse zukommen, als dem Grundtone (man vergleiche C c $\bar{c}$ $\bar{\bar{c}}$ $\bar{\bar{\bar{c}}}$; g $\bar{g}$ $\bar{\bar{g}}$; $\bar{e}$ $\bar{\bar{e}}$); die Geschwindigkeit der Quinte (vergl. c g; $\bar{c}$ $\bar{g}$, $\bar{g}$ $\bar{d}$; $\bar{\bar{e}}$ $\bar{\bar{h}}$) zu der des Grundtones sich stets wie 3 zu 2 verhalte u. s. w., so ist diess für die Berechnung der Tonverhältnisse (Klangpulsverhältnisse, Intervalle)

völlig hinreichend. Denn wollte man mit absoluten Zahlen rechnen, z. B. mit den Pulszahlen, welche diesen Tönen in einer Secunde zukommen, so würde man, weil dem C in einer Secunde ungefähr 132 Pulse angehören, statt obiger Zahlen folgende erhalten:

C c g $\bar{c}$ $\bar{e}$ $\bar{g}$ $\bar{\bar{c}}$ u. s. w.
132 264 396 528 660 792 1056

welche unter sich kein anderes Verhältniss anzeigen, als obige einfache Zahlen. Auch diese kann man nämlich mit gleichem Rechte als absolute Pulszahlen ansehen, nämlich als diejenigen Pulszahlen, welche den betrachteten Tönen in $\frac{1}{132}$ Secunde Zeit zukommen. Ueberhaupt giebt es in der Natur nirgends eine absolute oder eine ohne alle weitere Beziehung an und für sich selbst bestimmte Grösse; jede Grösse bestimmt sich erst durch Vergleichung mit einer andern gleichartigen oder durch ein Verhältniss. Der Begriff der Zeit kommt daher bei der Intervallenrechnung nur insoweit mit in Betracht, als man sich die Pulszahlen der Töne, womit man rechnet, stets als einer und derselben Zeit angehörig vorzustellen hat, diese Zeit selbst aber braucht nicht auch gerade mit bekannt zu sein. Da ferner jede folgende Octavregion gleichsam nur die Wiederholung der nächst tieferen Region ist und alle Töne der letzteren auch wieder in allen höheren Octavregionen vorkommen, so braucht man offenbar die Pulsverhältnisse der zwischen dem Grundtone und seiner Octave liegenden Töne nur in irgend einer beliebigen Region zu bestimmen, indem man dann nöthigenfalls sehr leicht auch die Pulsverhältnisse für die Töne in höheren oder tieferen Regionen daraus ableiten kann. Hat man nämlich die Pulsverhältnisse für gewisse Töne innerhalb irgend welcher Octavregion bestimmt, so braucht man, weil den Octaven stets doppelt so viele Pulse zukommen, als ihren Grundtönen, die erhaltenen Zahlenwerthe nur zu verdoppeln oder zu halbiren, um die Pulszahlen für diese Töne in der nächst höheren oder nächst tieferen Region zu erhalten, und man kann diess dann auf beiden Seiten beliebig weit fortsetzen. Es geht hieraus von selbst wieder hervor, dass dasjenige Verhältniss, welches man für zwei gegebene Töne innerhalb irgend welcher Octave gefunden hat, nothwendig auch für diese Töne in den übrigen Octaven gelten muss, weil Verhältnisse sich nicht ändern, wenn man sie mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt. Wenn wir z. B. aus obigen für die Tonreihe C c g $\bar{c}$ u. s. w. dargestellten Pulsverhältnissen folgern, dass die Töne $\bar{c}$ $\bar{e}$ oder der Grundton zu seiner grossen Terz sich wie 4 zu 5 oder wie 1 zu $\frac{5}{4}$ verhalten, so müssen sich auch C zu E oder $\bar{\bar{c}}$ zu $\bar{\bar{e}}$ u. s. w. wie 1 zu $\frac{5}{4}$ verhalten. Es ist daher gleichgültig, welche Octavregion man als Beispiel wählt; man nimmt gewöhnlich die grosse Octave von C bis c, und für den Grundton C die Pulszahl 1 an. Die Pulszahlen der übrigen Töne erscheinen dann als Brüche oder höhere ganze Zahlen, welche angeben, wie oft der betreffende Ton pulsirt, während dem C nur 1 Puls zukommt. So z. B. zeigt der vorhin für die gr. Terz gefundene Bruch $\frac{5}{4}$ an, dass die grosse Terz E $\frac{5}{4}$mal pulsirt, während C nur einen Puls giebt, oder, was einerlei, dass E 5mal pulsirt, während C 4 Pulse macht. Jeder solche Bruch giebt also mit seinem Zähler die Anzahl Pulse des höheren Tones und mit seinem

Digitized by Google

Nenner die Anzahl Pulse des Grundtons an, auf welchen man jenen höheren Ton bezieht.*) Die Intervallenrechnung wird sehr leicht verständlich, wenn man sich, wie es die Natur der Sache auch ohnehin erheischt, unter Tönen stets nur die Pulse denkt, woraus sie entstehen; man begreift dann leicht, dass ein Ausdruck wie $\frac{E}{C} = \frac{5}{4}$ nichts anderes bedeutet, als dass die Pulsmenge E zur Pulsmenge C sich wie 5 zu 4 verhalte. Aus obiger Tonreihe lassen sich nun auch leicht alle übrigen in der Einleitung angegebenen Tonverhältnisse für die Dur- und Moll-Tonleiter entwickeln, man findet nämlich:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| aus | $\overline{e}/\overline{g}$ | = | 4/3 | die Quarte | aus | $\overline{g}/\overline{c}$ | = | 3/2 | die Quinte |
| " | $\overline{e}/\overline{c}$ | = | 5/4 | " gr. Terz | " | $\overline{\overline{c}}/\overline{e}$ | = | 8/5 | " kl. Sexte |
| " | $\overline{g}/\overline{e}$ | = | 6/5 | " kl. Terz | " | $\overline{e}/\overline{g}$ | = | 5/3 | " gr. Sexte |
| " | $\overline{\overline{d}}/\overline{c}$ | = | 9/8 | " grössere Secunde | " | $\overline{\overline{c}}/\overline{\overline{d}}$ | = | 16/9 | " kleinere Septime |
| " | $\overline{\overline{e}}/\overline{\overline{d}}$ | = | 10/9 | " grosse Secunde | " | $\overline{\overline{d}}/\overline{e}$ | = | 9/5 | " kleine Septime |
| " | $\overline{\overline{e}}/\overline{\overline{h}}$ | = | 16/15 | " kleine Secunde | " | $\overline{\overline{h}}/\overline{\overline{c}}$ | = | 15/8 | " grosse Septime |
| " | C/C | = | 1/1 | " Prime | " | c/C | = | 2/1 | " Octave |

Stellen wir uns zu weiterer Erläuterung jetzt die blosse Durtonleiter mit ihren Pulsverhältnissen vor; sie ist

| C | D | E | F | G | A | H | c |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 9/8 | 5/4 | 4/3 | 3/2 | 5/3 | 15/8 | 2 |

oder 24 27 30 32 36 40 45 48 in ganzen Zahlen.

Die Quinte pulsirt also 36mal, während die Tonica nur 24mal pulsirt, d. i. in Zeichen ausgedrückt $\frac{G}{C} = \frac{36}{24}$ oder $= \frac{3}{2}$. Da die Vergleichung der Töne nichts weiter als eine blosse Gefühlszählung ist, so folgt, dass gleichzeitig vollbrachte Pulsmengen, welche einerlei Verhältniss haben, wie z. B.

$$\frac{E}{C} = \frac{30}{24} = \frac{5}{4}; \quad \frac{A}{F} = \frac{40}{32} = \frac{5}{4}; \quad \frac{H}{G} = \frac{45}{36} = \frac{5}{4},$$

auch vom Ohre als gleiche Verhältnisse erkannt werden müssen, und dass die verschiedenen Grössen der Zahlen, in welchen diese gleichen Verhältnisse sich zeigen, für das Ohr die Wirkung haben werden, dass die diesem Verhältniss an sich zukommende Erscheinung in den langsameren oder schnelleren (tieferen oder höheren) Regionen vor-

*) Wenn für einen Ton eine ganze Zahl als Pulszahl erscheint, dann hat man sich die Zahl 1 als Nenner unter selbige zu denken, z. B. 2/1 für die Pulszahl der Octave, weil die Zahl 1 (oder der Ton C) das Grundmaass ist, worauf sich alle übrigen Pulszahlen (Töne) beziehen.



Digitized by Google

kommen wird, wie diess auch die Erfahrung vollkommen bestätigt. So empfindet z. B. das Ohr die allgemeine Gleichheit obiger Pulsverhältnisse insofern, als die zugehörigen Tonverbindungen sämmtlich einerlei Intervall, die grosse Terz, darstellen, und die Verschiedenheit der Zahlen, in welchen diese gleichen Verhältnisse sich zeigen, nämlich $\frac{30}{24}$, $\frac{40}{32}$, $\frac{45}{36}$, wird daraus erkannt, dass diese Terzen in immer grösseren Höhen, nämlich auf den Grundtönen C, F und G erscheinen, deren Pulsmengen sich eben wie jene Zähler oder Nenner, d. i. wie 30 40 45 oder auch wie 24 32 36 verhalten. Intervalle sind also (abgesehen von der Verschiedenheit ihrer Grundtöne) einander gleich, wenn die Pulszahlen der beiden Töne, welche das eine Intervall bilden, gerade das nämliche Verhältniss zu einander haben, als die Pulszahlen der beiden Töne, welche das andere Intervall darstellen. Wie aus Vorigem erhellet, findet man diese Verhältnisse, wenn man die Pulszahl des höheren Tones als Zähler, die des tieferen als Nenner in einen Bruch zusammenstellt und diesen Bruch dann, da nöthig, auf eine einfachere Gestalt bringt. Auf diesem Wege erhellet leicht, dass

$$\frac{D}{C} = \frac{27}{24} = \frac{9/8}{1} = 9/8; \quad \frac{G}{F} = \frac{36}{32} = \frac{3/2}{4/3} = 9/8; \quad \frac{H}{A} = \frac{45}{40} = \frac{15/8}{5/3} = 9/8$$

gleich grosse Intervalle, nämlich lauter sogenannte grosse ganze Töne sind, so wie dass

$\frac{G}{C} = \frac{3/2}{1} = 3/2$; $\frac{H}{E} = \frac{15/8}{5/4} = 3/2$; $\frac{c}{F} = \frac{2}{4/3} = 3/2$ lauter reine Quinten sind. Dagegen zeigt sich das Intervall $\frac{A}{D}$, welches in der praktischen Musik doch ebenfalls eine Quinte vorstellt, etwas verschieden, nämlich zu $\frac{40}{27}$. Um diese Verschiedenheit näher zu erkennen, braucht man das Verhältniss der reinen Quinte $\frac{3}{2}$ und das von $\frac{40}{27}$ für $\frac{A}{D}$ nur auf einerlei Nenner zu bringen, man findet dann

für die reine Quinte $\frac{81}{54}$; für $\frac{A}{D}$ $\frac{80}{54}$

woraus nun erhellet, dass das Intervall $\frac{A}{D}$ kleiner ist, als die reine Quinte, weil letztere nicht bloss 80mal, sondern 81mal pulsiren muss, während der Grundton 54mal pulsirt. Das A, welches die reine grosse Sexte ($\frac{5}{3}$) zu dem Tone C giebt, kann also nicht auch zugleich die reine Quinte zu dem Tone D von $\frac{9}{8}$ darstellen. Diess und das Folgende wird dem Musiker zugleich einen vorläufigen Begriff von der Nothwendigkeit der sogenannten Temperatur der Töne geben. Es ist bekannt, dass in unsrer praktischen Musik auf Instrumenten mit fester Stimmung die Töne C E $A^b$ c drei aufeinanderfolgende grosse Terzen vorstellen: wir wollen nun jetzt noch berechnen, welches Pulsverhältniss dem letzten Tone c zukommen würde, wenn alle diese Terzen naturgemäss rein gestimmt wären. Jeder dieser Töne oder seine Klangpulsmenge müsste sich dann zum nächstfolgenden genau wie 1 zu $\frac{5}{4}$ verhalten, und man braucht also nur die Pulszahl des vorhergehenden mit $\frac{5}{4}$ zu multipliciren, um die Pulszahl des folgenden Tones für den angenommenen Fall zu erhalten. Man findet dann für

Digitized by Google

| | C | E | $A^b$ | c |
|---|---|---|---|---|
| die Pulsverhältnisse | 1 | $\frac{5}{4}$ | $\frac{25}{16}$ | $\frac{125}{64}$ |
| oder: | 64 | 80 | 100 | 125 |

in ganzen Zahlen. Das c, welches man, von C ausgehend, durch drei aufeinanderfolgende reine grosse Terzen erhält, würde also etwas tiefer sein, als die reine Octave von C, weil diese Octave nothwendig 128mal oder doppelt so oft pulsiren muss, als C. Wir müssen daher jede grosse Terz etwas schärfer stimmen, als es der Natur gemäss sein sollte, damit der letzte Ton c zugleich die reine Octave zu C gebe, welche nämlich durchaus keine Abweichung von der völligen Reinheit verträgt.

Es kann hier nicht der Ort sein, die Intervallenrechnung noch weiter zu entwickeln, diess bleibt der allgemeinen Theorie der Musik vorbehalten; ich wollte dem damit vielleicht noch gar nicht vertrauten Leser hier nur einen allgemeinen Begriff davon beibringen. Er möge sich durch das anscheinend Verwickelte von dem weitern Eindringen in diese Rechnung nicht abschrecken lassen; das, was sie Beschwerliches an sich hat, wird durch den Genuss, welchen die dadurch vermittelte nähere Kenntniss des Tongebiets gewährt, reichlich belohnt. Ich will daher hier nur noch kürzlich anmerken, wie und auf welchem Wege jene Pulsverhältnisse gefunden werden konnten. Die höhere Mechanik beweist *), dass bei gleicher Dicke und einerlei Spannung homogener Saiten die Schwingungs- oder Pulsmengen derselben sich umgekehrt wie die Längen der Saiten verhalten. Theilt man nun irgend eine hinreichend gespannte Saite von gleichförmiger Dichte und Dicke nach und nach mit Hülfe eines beweglichen Steges dergestalt ab, dass sie die Secunde, gr. Terz, Quarte, Quinte u. s. w. des ihr eigenthümlichen Grundtons angiebt, so wird man finden, dass der

| | Secunde, | gr. Terz, | Quarte, | Quinte, | gr. Sexte, | $7^{te}$ | $8^{va}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| die Längen | $\frac{8}{9}$ | $\frac{4}{5}$ | $\frac{3}{4}$ | $\frac{2}{3}$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{8}{15}$ | $\frac{1}{2}$ |

zukommen, oder dass z. B. die Quarte erscheint, wenn bloss $\frac{3}{4}$ von der ganzen Länge der Saite schwingen u. s. w. Da sich nun hier die Pulsmengen umgekehrt wie die Saitenlängen verhalten müssen, so folgt, dass man die Pulsverhältnisse für jene Intervalle erhält, wenn man die Brüche, welche die Saitenlängen angeben, umkehrt oder die Zähler in die Nenner und die Nenner in die Zähler verwandelt, z. B. Pulsverhältniss der Quinte $= \frac{3}{2}$, der Quarte $= \frac{4}{3}$ u. s. w.

Gegen eine derartige Untersuchung könnte der Musiker einwenden, dass sich über die mathematische Genauigkeit jener Theilung der Saite durch das blosse Auge eben so wenig, als über die vollkommene Reinheit des zu beobachtenden Intervalles durch das Gehör urtheilen lasse. Dieser Zweifel wird aber auf andere, hier nicht weiter aus-

---

*) Siehe unter andern meine Uebersetzung von Francoeur's Traité de mécanique élémentaire. § 264. Dresden, bei Arnold. 1825.

Digitized by Google

führbare Weise völlig beseitigt, unter andern durch die Theorie der sogenannten Sons harmoniques (Flageolet-Töne), deren Vorkommen an die genaue aliquote Theilung der Saite unerlässlich gebunden ist, ferner durch die Theorie der Combinations-Töne, so wie überhaupt durch die genaueste Uebereinstimmung der theoretischen Berechnungen mit den Urtheilen des Gefühls; auch wird der Beweis, dass obigen Intervallen gerade die angegebenen und keine anderen Pulsverhältnisse zukommen, zweifellos aus den im Folgenden vorzutragenden Gesetzen der Harmonie hervorgehen.

Digitized by Google

# Inhalt.


Betrachtungen über den Rhythmus..... §. 1

Die Sirene..... - 4

Entwickelung der modernen Tonleiter aus dem Gesetze des Rhythmus..... - 16

Bildliche Versinnlichung der Theorie..... - 28


Digitized by Google

Digitized by Google

## Betrachtungen über den Rhythmus.

### § 1.

Wenn wir eine Reihe in gleichen Zeiten auf einander folgende gleich starke Schläge oder Pulse hören, so wird unsere Aufmerksamkeit zwar schon mehr angeregt, als wenn diese Pulse in ungleichen Zeiten und ungleicher Stärke ohne alle erkennbare Regelmässigkeit auf einander folgen; doch erzeugt eine pendelartige Gleichförmigkeit auch nur blosse Aufmerksamkeit, welche bald in Gleichgültigkeit übergeht, wenn nicht einige von diesen Pulsen etwas stärker hervortreten, so dass die Aufmerksamkeit bei jedem derselben von neuem geweckt und zur Erwartung des nächsten stärkeren aufgefordert oder in der angeregten Spannung erhalten wird. Folgen diese stärkeren Pulse nicht in regelmässig geordneten Zeiten oder auch nur in so langen Unterbrechungen auf einander, dass sie das Gefühl nicht vorhersehen kann, so erscheinen sie unerwartet und werden aufregend und störend. Kehren sie aber in steter regelmässiger Ordnung wieder und zwar so bald hinter einander, dass das Gefühl die Zwischenzeiten deutlich erkennt, so wird ihr Erscheinen schon weniger aufregend und sogar angenehm, wenn diese Zeiträume auf eine einfache, dem blossen Gefühle verständliche Weise, d. h. ohne dass der Verstand durch wirkliches Zählen derselben nachhelfen müsse, übersehen werden können. Der Erfahrung nach findet diess Statt, wenn die Anzahl der kleinern zur Abmessung nöthigen gleichen Zeittheile nicht über 4 ansteigt, oder die grössere Anzahl von solcher Beschaffenheit ist, dass sie sich in 2, 3 oder 4 kleinere gleiche Theile von 2, 3 oder 4 Einheiten zerfällen lässt. Abmessungen nach der Zahl 5 sind zwar dem blossen Gefühl ebenfalls noch möglich, doch neigt sich dieses Gefühlsmaass schon zur Aufregung hin. Völlig aufregend wird für das Gefühl das 7theilige Maass; unverständlich, störend und widrig aber eine Abmessung nach den noch höheren Primzahlen 11 13 17 u. s. w., wesshalb schon Leibnitz bemerkte, dass das Ohr nur bis 5 zählen könne.

Hierauf beruhen die Gesetze des Rhythmus oder der Abmessung des Zeitflusses durch regelmässig geordnete sinnliche Zeichen oder Pulse. Die Abmessung ist, ihrer Natur oder ihrem Character nach:

ruhig, wenn sie mit der Zahl 2 und ihren Verdopplungen bewirkt werden kann;
lebendig, wenn das Maass 3 zum Grunde liegt;
zur Aufregung sich hinneigend bei dem 5theiligen Maasse;
völlig aufregend im 7theiligen Maasse;
störend und widrig beim 11 13 17 u. s. w. theiligen Maasse.

Kann ein Rhythmus nur mittelst der Verbindung zweier oder mehrer solcher Gefühlsmaasse übersehen werden, so ist auch dessen Wirkung ein Zusammengesetztes der jenen Gefühlsmaassen für sich zukommenden Wirkungen. Der Rhythmus kann in unendlich mannigfaltigen Formen, bald als blosse pendelartig gleichförmige, aber regelmässig accentirte Pulsfolge, wie in  u. s. w.,

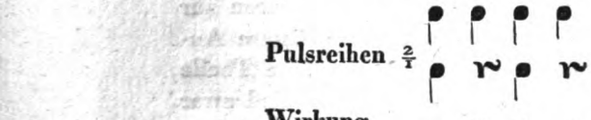


Digitized by Google

 u. s. w., bald als ein regelmässiger Wechsel grösserer und kleinerer Zeittheile, wie in  u. s. w. erscheinen. Wir werden indess hier nur diejenigen Erscheinungen zu betrachten haben, welche aus der vereinigten Wirkung zweier oder mehrer zu gleicher Zeit vorhandenen, pendelartig gleichförmigen Pulsfolgen von gleicher oder verschiedener Geschwindigkeit der Pulse entstehen. Der Erleichterung wegen wollen wir dabei für jetzt voraussetzen, dass die Anfänge der betrachteten Pulsreihen stets genau zusammenfallen, die blossen einfachen Pulse mit (∪), die Schwere der aus dem Zusammenfallen mehrer Pulse entstehenden Accente aber, in wachsender Ordnung, mit (•) (ˈ) (¯) bezeichnen. Es ergiebt sich dann leicht Folgendes:

1) Aus der Zusammenwirkung zweier pendelartigen Pulsreihen von gleicher Geschwindigkeit der Pulse entsteht blosse Monotonie.

2) Aus der Vereinigung zweier pendelartigen Pulsreihen, wo die Geschwindigkeit der Pulse in der einen Reihe gerade eine ganze Anzahl mal, z. B. 2 3 4 5 u. s. w. mal grösser ist, als in der andern, entstehen blosse gleichmässig accentirte Pulsreihen (die einfache Tacteintheilung) oder der einfache laufende (accentirte) Rhythmus, z. B.

Pulsreihen  u. s. w.

Wirkung • ∪ • ∪ • ∪ • ∪ • ∪ • ∪

aus $(\frac{4}{1})$ • ∪ ∪ ∪, aus $(\frac{5}{1})$ • ∪ ∪ ∪ ∪ u. s. w.

3) Aus der Verbindung von drei und mehren Pulsreihen, wo die Geschwindigkeit in jeder schnelleren Reihe gerade eine ganze Anzahl mal grösser ist, als die Geschwindigkeit in irgend einer der übrigen langsameren Pulsfolgen, entsteht die zusammengesetzte Tacteintheilung oder der zusammengesetzte laufende Rhythmus; z. B. die Pulsreihen von

| den Geschwindigkeitsverhältnissen | geben die Gliederung |
|---|---|
| 1 2 4 | ˈ ∪ • ∪ |
| 1 2 4 8 | ¯ ∪ • ∪ ˈ ∪ • ∪ |
| 1 3 6 | ˈ ∪ • ∪ • ∪ |
| 1 2 6 | ˈ ∪ ∪ • ∪ ∪ |
| 1 3 9 | ˈ ∪ ∪ • ∪ ∪ • ∪ ∪ |
| 1 3 12 | ˈ ∪ ∪ ∪ • ∪ ∪ ∪ • ∪ ∪ ∪ |
| 1 3 6 12 | ¯ ∪ • ∪ ˈ ∪ • ∪ ˈ ∪ • ∪ |
| 1 2 4 12 | ¯ ∪ ∪ • ∪ ∪ ˈ ∪ ∪ • ∪ ∪ |

4) Ist die Geschwindigkeit der Pulse in der einen Reihe nicht gerade eine ganze Anzahl mal grösser, als in der andern, so erscheint der hüpfende (quantitirende) Rhythmus, z. B.

Digitized by Google

Aus der Verbindung von

3 u. 2 Pulsen erscheint der Rhythmus $\frac{3}{2}$ oder 

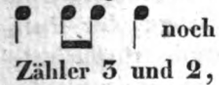
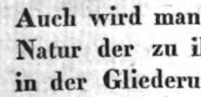
4 u. 3 - - - - $\frac{4}{3}$ - 

5 u. 4 - - - - $\frac{5}{4}$ - 

5,3 u. 2 - - - - $\frac{5}{\frac{3}{2}}$ - 

5) Aus der Vereinigung laufender und hüpfender Rhythmen entsteht der gemischte Rhythmus, z. B.

$\frac{4}{\frac{3}{2}}$ =  ; $\frac{6}{\frac{4}{3}}$ = 

Der Musiker wird hieraus ohne Weiteres erkennen, dass die Rhythmen $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$ u. s. w. an Einfachheit immer mehr und mehr abnehmen müssen, weil zu ihrer Uebersicht eine immer grössere Anzahl gleicher Zeitmaasstheile nöthig ist, deren Unterabtheilung die Aufmerksamkeit des Gefühls immer mehr in Anspruch nimmt, weil sie mit immer grösseren Zahlen bewirkt werden muss. So lässt sich z. B. der Rhythmus $\frac{3}{2}$  noch sehr leicht durch 6 gleiche Zeiten mittelst der einfach rhythmischen Zähler 3 und 2, nämlich durch 3 mal 2 Achtel u. s. w. abmessen; der Rhythmus $\frac{4}{3}$  erfordert schon 3 mal 4 Theile; der Rhythmus $\frac{5}{4}$ schon fünf 4theilige Glieder; der Rhythmus $\frac{5}{3}$  fünf 3theilige Glieder u. s. w. Auch wird man jetzt leicht einsehen, wie sich die Wirkung der Rhythmen nach der Natur der zu ihrer Uebersicht oder Abmessung nöthigen rhythmischen Zähler richtet; in der Gliederung des Rhythmus $\frac{5}{4}$ ist das Ruhige mit dem Aufregenden verbunden, die Gliederung $\frac{5}{3}$ aber ist schon eine Combination des Lebendigen und Aufregenden u. s. w.

Als Vorbereitung für das Folgende sei hier übrigens noch bemerkt, dass man sich das Vorige auch leicht durch Zeichnung versinnlichen kann, wenn man zwei oder mehre gleich lange gerade Linien in so viele gleiche Theile eintheilt, als in jeder Pulsreihe, für einerlei Zeit, Pulse vorhanden sein sollen. Projicirt man dann die Theilpuncte, welche die Pulse vorstellen, auf einer besonderen Linie, so erhält man ein Bild des betreffenden Rhythmus. Das Nämliche erreicht man auch, wenn man ohne Weiteres eine und dieselbe gerade Linie, oder auch einen Kreisbogen nach und nach in so viele gleiche Theile eintheilt, als in jeder Pulsreihe, für einerlei Zeit, Pulse vorhanden sein sollen. Den Rhythmus $\frac{3}{2}$ z. B. erhält man, wenn man eine gewisse Linie oder Länge erst in 2, und dann wieder in drei gleiche Theile eintheilt und die Theilpuncte markirt. Figur 1 zeigt auf diese Weise die Rhythmen $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$, woran schon das blosse Auge das Abnehmen des Einfachen und leicht Verständlichen erkennen wird. Das Zusammentreffen mehrer Pulse ist hier durch die Grösse der Puncte anschaulich gemacht worden; der letzte grössere Punct in jeder Figur bezeichnet den Anfang der Wiederholung derselben.



Digitized by Google

Jede solche Linie bezeichnet nämlich die dem Rhythmus zugehörige volle Zeitdauer, und die zwischen je zwei auf einander folgenden Puncten oder Pulsen gelegenen Theile dieser Linien messen die Zeit, welche zwischen diesen Pulsen verfliesst. Die beim Zusammenfallen der Anfangspulse aus der Vereinigung mehrer Pulsreihen entstehenden Pulsgruppen werde ich in der Folge rhythmische Systeme nennen.

§ 2.

Fallen die Anfänge nicht zusammen, so ändert sich bloss die Figur des rhythmischen Systems, nicht aber seine Länge oder die zu seiner vollen Bildung nöthige Zeit, und es wird daher auch der von dem Geschwindigkeitsverhältniss der Pulse bedingte Character des betreffenden Rhythmus im Wesentlichen nicht verändert. Man denke sich z. B. den Maasstab Q Fig. 2. unter dem Maasstabe P dergestalt fortgeschoben, dass die Anfangspulse nach und nach immer weiter aus einander treten, und man wird leicht einsehen, dass die Pulse beider Reihen sich entweder wieder symmetrisch ordnen, oder eine direct fortlaufende, nach ihrem Schlusse immer wieder in derselben Gestalt erscheinende Periode bilden. Wie man auch immer die Anfänge der einzelnen Pulsreihen aus einander setzen mag, es bleibt die Länge der Periode stets und genau so gross, als das entsprechende rhythmische System. Durch das ungleichzeitige Anfangen der Pulsreihen wird daher der, ihrem Geschwindigkeitsverhältniss entsprechende rhythmische Schluss nicht im Mindesten verändert, er erfolgt genau in derselben Zeit, als wenn die ersten Pulse zusammengefallen wären; auch wird der Character des Rhythmus dadurch im Wesentlichen eben so wenig aufgehoben, als die Monotonie zweier genau isochronisch schwingenden Pendel, wenn sie zu ungleichen Zeiten ihre Schwingungen beginnen.

§ 3.

Die Erfahrung lehrt nun überzeugend, dass die Töne nichts anderes sind, als die Wirkung unzählbar schneller, pendelartig gleichförmiger Schwingungs- oder Vibrations-Pulse klingender Körper. Aus der Vereinigung zweier oder mehrer solchen schnellen Pulsfolgen von gleicher oder verschiedener Geschwindigkeit muss daher nothwendig auch dieselbe Monotonie oder respective derselbe Rhythmus entstehen, welchen wir § 1. für ebendieselben Verbindungen im Gebiete des Zählbaren fanden. Sehr nahe lag daher die Vermuthung, dass das Wohlgefällige oder Störende in der Wirkung solcher schnellen Pulsreihen (Klangpulsreihen) oder das Con- und Dissoniren der Tonverbindungen ebenfalls dem Gesetz des Rhythmus folgen müsse, und es kam nur darauf an, ein Mittel zu erfinden, wodurch wir die Erscheinungen, welche aus der vereinigten Wirkung solcher Pulsreihen im Gebiete des Zählbaren und des Unzählbaren entstehen, sinnlich genau prüfen können.

Die Sirene.

§ 4.

Wenn man eine Scheibe, auf welcher ein concentrischer Kreis mit kleinen gleich weit von einander abstehenden Löchern durchbrochen ist, um den Mittelpunct

Digitized by Google

dieses Kreises sehr schnell und gleichförmig dreht und während ihres Umlaufs mittelst einer engen Röhre einen Luftstrom auf irgend eine Stelle des durchbrochenen Kreises richtet, so wird dieser Strom in stetem gleichförmigem Wechsel unterbrochen und wieder frei gegeben, oder in einzelne gleichförmig auf einander folgende Pulse abgetheilt. Bei hinreichend schnellem Umlaufe der Scheibe hört man dann einen Ton, dessen Höhe oder Tiefe von der Geschwindigkeit der Aufeinanderfolge dieser Pulse abhängt. Diese von Cagniard Latour angegebene und Sirene benannte Vorrichtung muss, wie man jetzt schon von selbst einsehen wird, das einfachste und sicherste Mittel abgeben können, um die im vorigen § aufgestellte Vermuthung vollständig zu prüfen.

Da man nämlich die Oeffnungen in beliebiger Menge und Ordnung und von gleicher oder verschiedener Grösse bohren, auch die Scheibe selbst dann beliebig schnell drehen kann, so steht es in unsrer Gewalt, mittelst einer solchen Scheibe die Pulse in beliebiger Geschwindigkeit, Ordnung und Stärke auf einander folgen zu lassen, oder mit andern Worten: wir können sämmtliche in § 1. betrachtete Pulsfolgen und Rhythmen mit Hülfe der Sirene in beliebiger Geschwindigkeit darstellen, folglich auch die Wirkungen dieser Pulsreihen im Gebiete des Zählbaren und des Unzählbaren sinnlich streng prüfen.

Und in der That wird auch dadurch jene Vermuthung so überzeugend bestätigt, dass es befremden muss, warum dieses so nahe liegende Hülfsmittel nicht schon längst zu diesem interessanten Zwecke benutzt worden ist. Ebendieselben Pulsfolgen nämlich, welche für das Ohr bei einer zählbaren Geschwindigkeit der Pulse wohlgefällig, aufregend, störend oder widrig waren, erscheinen auch bei grösserer nicht mehr zählbarer Schnelligkeit und zwar in völlig analogem Grade wohlgefällig, aufregend, störend und widrig; sie werden dann als Klänge empfunden und bilden die in folgender Uebersicht angedeuteten Erscheinungen.

| Ursache. | Wirkung im Tactgebiete. | Wirkung im Tongebiete. |
|---|---|---|
| **I. Im Allgemeinen.** | | |
| Unregelmässige Pulse. | Bedeutungslos. | Geräusch. |
| Pendelartige, gleichstarke Pul. | Zeitmaass, Monotonie. | Einfache Klänge. |
| Rhythmisch geordnete Pulse. | Musikalischer Tact, Versfüsse. | Polytonie, con- und dissonirende Accorde. |

**II. Insbesondere.**

**a) Pendelartige, gleich starke Pulse.**

Grössere Geschwindigkeit giebt immer höhere Töne. Vier Reihen von den Geschwindigkeitsverhältnissen 4 5 6 8 oder 10 12 15 20 geben respective die zum Dur- und Moll-Vierklang gehörigen Töne, und 8 Reihen von den Geschwindigkeitsverhältnissen

24 27 30 32 36 40 45 48 geben Tonreihen

wie C D E F G A H c

oder die reine Dur-Tonleiter, wie es der bekannten Theorie entspricht.

Digitized by Google

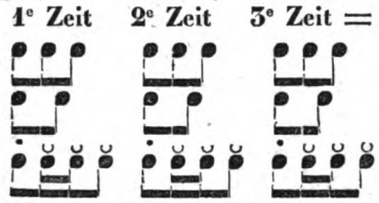
## b) Rhythmisch geordnete Pulse.

| Rhythmen. | Wirkung im Tactgebiete. | Wirkung im Tongebiete. |
|---|---|---|
| **Einfache laufende Rhythmen.** | | |
| $\frac{2}{1}$ |  u.s.w. $\frac{2}{4}$ u.s.w. Tact. | Zusammenklang von Grundton und Octave. |
| $\frac{3}{1}$ |  u. s. w. $\frac{3}{4}$ u. s. w. Tact. | Grundton und 2e Quinte, z. B. C g. |
| $\frac{5}{1}$ |  u. s. w. $\frac{5}{4}$ u. s. w. Tact. | Grundton und grosse Terz in der 2n Octave. |
| $\frac{7}{1}$ |  u. s. w. störend. | Grundton und natürliche 7e (wesentliche Dissonanz). |
| $\frac{11}{1}$, $\frac{13}{1}$, $\frac{17}{1}$ u. s. w. | Unverständliche Pulsfolge. | Unverständlicher Zweiklang. |
| **Zusammengesetzte laufende Rhythmen.** | | Tonverbindungen, |
| (4 2 1) |  Kleiner $\frac{4}{4}$ Tact. | wie C c $\bar{c}$ |
| (6 2 1) |  $\frac{6}{8}$ Tact. | - C c $\bar{g}$ |
| (12 4 2 1 |  $\frac{12}{8}$ Tact. | - C c $\bar{c}$ $\bar{g}$ |
| (9 3 1) |  $\frac{9}{8}$ Tact. | - C g $\bar{d}$ |
| **Hüpfende Rhythmen.** | | |
| $\frac{3}{2}$ |  | Quintconsonanz, z. B. C c g. Quartconsonanz, z. B. C g $\bar{c}$. Terzconsonanz, z. B. C $\bar{c}$ $\bar{e}$. } mit dem Combinations-Tone. |
| $\frac{4}{3}$ |  | |
| $\frac{5}{4}$ |  (5theiliger Tact.) | |
| **Gemischte Rhythmen.** | | |
| (4 3 2) |  | Accorde wie C G c |
| (6 4 3) |  | - - C F c |
| (8 6 5 4) | lassen sich ihrer grossen Ausdehnung wegen hier nicht darstellen. | - - C E G c |
| (6 5 4 3) | | - - C F A c |
| (20 15 12 10) | | - - C $E^b$ G c |
| (30 24 20 15) | | - - C F $A^b$ c |

Digitized by Google

§ 5.

Ueber die in voriger Uebersicht erwähnten Combinationstöne ist hier Folgendes beiläufig zu bemerken. Wenn zwei Pulsreihen gleichzeitig beginnen und die Geschwindigkeiten der Pulse sich z. B. wie 3 zu 2 verhalten, so wird offenbar folgende Wirkung daraus entstehen:




Der Anfang der vereinigten Pulsreihen wird sich nämlich wegen des daselbst Statt findenden Zusammentreffens zweier Pulse besonders auszeichnen und dieser stärkere Puls sich stets nach Verfluss derjenigen Zeit t wiederholen, innerhalb welcher die eine Pulsreihe 3, die andere 2 Pulse vollendet hat. Diese aus blosser Combination entstehenden stärkeren Pulse werden nun wegen ihrer ebenfalls pendelartig gleichförmigen Aufeinanderfolge die Empfindung eines besondern Tones erzeugen, welchem in der Zeit t nur 1 Puls angehört. In vorliegendem Falle würde man also 3 Töne hören, welchen in gleicher Zeit respective 3, 2 und 1 Pulse zukommen, z. B. g c C. Aehnliches findet für jede andere Verbindung zweier verschiedener Pulsreihen mit gleichzeitigem Anfange Statt. Dem Combinationstone kommt nämlich stets die Pulszahl 1 zu, wenn das Pulsverhältniss der erzeugenden Töne in kleinsten ganzen Zahlen gegeben ist. Der Zweiklang $^4/_3$ oder $\overline{c}/g$ muss daher den Ton C als Combinationston geben, weil diesem C 1 Puls angehört, wenn g deren 3 oder $\overline{c}$ deren 4 zukommen. Indem durch das deutliche Miterscheinen dieser Combinationstöne an der Sirene die Theorie dieser Töne bestätigt wird, giebt diess zugleich einen neuen Beweis dafür ab, dass die Vergleichung der Töne und ihrer Verbindungen auf blosser Gefühlsmessung mittelst des Gehörsinnes beruht. Wir werden darauf im 10. § wieder zurückkommen.

§ 6.

Die Wirkungen zählbarer und schallender Pulse sind also einem und demselben Gesetz unterworfen, dem Gesetze des Rhythmus. Unregelmässigkeit bleibt im Gebiete des Zählbaren und des Klanges bedeutungslos, pendelartige Gleichförmigkeit erscheint in beiden Gebieten als blosse Monotonie. Rhythmische Folge bildet im Zählbaren den angenehmen Tact, wie beim Schmieden, Böttichern, Dreschen, Trommeln u. s. w. und die wohlgefälligen Versfüsse; im Reiche des Klanges die consonirenden Tonverbindungen. Nimmt die Eurhythmie im Zählbaren an Wohlgefälligkeit ab, so verändert sich auch in gleichem Grade die angenehme Wirkung in der Sphäre des Klanges, und was im Zählbaren unverständlich war, bleibt auch unverständlich im Gebiete der Töne. Das Irrationale ist nicht mehr Sache des Gefühls, sondern des Verstandes, und wenn dieser zu wirken beginnt, tritt das Gefühl in den Hintergrund.

Digitized by Google

§ 7.

Die Fertigung der Sirene beruht nach § 4. einzig darauf, dass man die zu prüfende Pulsfolge auf einem concentrischen Kreise der Scheibe mittelst hinreichend grosser Oeffnungen dergestalt darstelle, dass die Entfernungen derselben von einander den Zeiten proportional seien, welche zwischen den auf einander folgenden Pulsen verfliessen sollen, und dass die Grösse der Oeffnungen dem Gewichte der darzustellenden rhythmischen Accente entspreche. Letzteres ist übrigens bloss für die laufenden und gemischten Rhythmen erforderlich, bei den einfachen hüpfenden Rhythmen ist schon die blosse rhythmische Aufeinanderfolge der Pulse hinreichend, um den Accord zu erzeugen, welchem das betreffende rhythmische System angehört. Wie man diese Pulsgruppen am leichtesten zeichnet, ist bereits § 1. angedeutet worden und wird aus folgender Beschreibung noch mehr erhellen.

§ 8.

Die 6. Figur stellt im Wesentlichen die Einrichtung einer solchen Sirene dar, die Puncte bezeichnen die Oeffnungen. Die inneren 6 Kreise sind respective in 4 6 8 10 12 16 gleiche Theile eingetheilt und in den Theilpuncten durchstochen. Wären die Oeffnungen von gleicher Grösse, so würden diese Kreise bloss eine einfache Tonfolge wie C G c e g $\bar{c}$ darstellen, versteht sich in tieferen oder höheren Regionen, jenachdem die Scheibe langsamer oder schneller gedreht wird. Da aber auf den mit 6 und 12 bezeichneten Radien grössere Oeffnungen gemacht worden sind, so geben diese Kreise die laufenden Rhythmen

$$\begin{array}{cccccc} 4/2 & 6/2 & 8/2 & 10/2 & 12/2 & 16/2 \\ 2/1 & 3/1 & 4/1 & 5/1 & 6/1 & 8/1 \end{array}$$

oder , folglich Tonverbindungen, wie



welche in der hier angegebenen Region erscheinen, wenn die Scheibe 66mal in einer Zeitsecunde rotirt, weil dem grossen C, was sich mit Hülfe der Sirene ebenfalls sehr genau ermitteln lässt, ungefähr 132 Pulse in einer Secunde zukommen. Es erhellet leicht, dass man zur Vermeidung einer so schnellen Rotation der Scheibe die Anzahl der Oeffnungen nur zu verdoppeln, zu verdreifachen u. s. w. braucht, um diese Tonverbindungen in der nämlichen Region bei einer 2, 3mal u. s. w. langsameren Drehung oder bei einer Rotation von 33 oder 22 u. s. w. mal in einer Secunde zu erhalten. Die nächstfolgenden 5 Kreise umfassen die Rhythmen $5/4$, $4/3$, $3/2$, $5/3$, $7/4$ oder die Verbindung des Grundtons mit seiner grossen Terz, Quarte, Quinte, grossen Sexte und kleinsten Septime. Letztere ist das Intervall, welches die Trompete, das Horn u. s. w. ohne Stopfen statt der sogenannten kleinen Septime giebt. Dem gemeinschaftlichen Grundtone sind auf der 6. Figur 12 Pulse zugetheilt worden, welche auf den mit 1 2 3 4 u. s. w. bezeichneten Radien liegen, d. h. es wurde jeder dieser

Digitized by Google

5 Kreise zuerst in 12 gleiche Haupttheile zerlegt. Dann wurden (vergleiche § 1.) auf dem Terzkreise ($\frac{5}{4}$) je 4 solcher Haupttheile wieder in 5 gleiche Theile, auf dem Quartkreise ($\frac{4}{3}$) je 3 solcher Haupttheile wieder in 4 gleiche Theile, auf dem Quintkreise ($\frac{3}{2}$) je 2 solcher Haupttheile wieder in 3 gleiche Theile u. s. w. eingetheilt und alle so erlangten Theilpuncte zuletzt mit einerlei Nadel durchstochen, um damit den Beweis zu liefern, dass bei den einfachen hüpfenden Rhythmen schon die blosse rhythmische Aufeinanderfolge gleich starker Pulse die entsprechenden Tonverbindungen erzeugt. Auf den folgenden beiden Kreisen sind der Quartsextenaccord und der Durvierklang oder die Rhythmen (3 4 5 6) und (4 5 6 8) und zwar ebenfalls wieder dergestalt gezeichnet, dass jeder Kreis zuerst in 12 gleiche Haupttheile zerlegt und dann auf dem Kreise des Quartsexten-Accords je 3 solcher Haupttheile nach und nach in 4, 5 und 6 kleinere gleiche Theile, auf dem Kreise des Durvierklangs aber je 4 solcher Haupttheile nach und nach wieder in 5, 6 und 8 kleinere gleiche Theile zerlegt und sämmtliche Theilpuncte dann durchstochen wurden. Auf diese Weise ergiebt sich nämlich die gehörige Ordnungsfolge der Pulse ohne Weiteres; man vergleiche zum Beispiel die Pulsfolgen auf dem Terz-, Quart- und Quintkreise mit den respectiven Pulsfolgen $\frac{5}{4}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{2}$ in Figur 1. In Betreff der beiden äussersten Kreise für den Quartsexten-Accord und Durvierklang ist übrigens hier noch Folgendes erklärend zu bemerken. Bei gleicher Grösse der Oeffnungen können sich die Pulse des Grundtons von den Pulsen der Octave nicht unterscheiden, weil dieses Intervall (siehe § 4. II. b) zu den laufenden Rhythmen gehört und folglich das Zusammenfallen der Pulse des Grundtons und der Octave durch grössere Oeffnungen bemerklich gemacht werden müsste. Es würden also bei diesen beiden Kreisen die auf den 12 Hauptradien liegenden Oeffnungen etwas grösser, als die übrigen, zu machen sein, um die Grundtöne dieser beiden Accorde neben ihren Octaven mit zu erhalten. Lässt man aber, wie in der 6. Figur geschehen, die Oeffnungen von einerlei Grösse, so hat man bei Beobachtung des Accords dasjenige zu berücksichtigen, was § 10. über das Miterscheinen der sogenannten Combinationstöne erklärt werden wird. Jene Rhythmen werden nämlich bei gleicher Grösse aller Oeffnungen, oder bei gleicher Stärke aller Pulse, statt der Grundtöne der Accorde die entsprechenden Combinationstöne mit hören lassen und daher eine Erscheinung wie folgende geben:




Die beigesetzten Ziffern bezeichnen die Pulsverhältnisse der Töne. (Vergl. § 5.) Wählt man eine Scheibe von ungefähr 12 Pariser Zoll Durchmesser, so kann man die Kreise für die hüpfenden Rhythmen in 24 gleiche Haupttheile zerlegen; man erhält dann doppelt so viele Pulsgruppen, als in der 6. Figur gezeichnet sind, und die Accorde selbst erscheinen bei gleich schneller Rotation der Scheibe in der nächst höheren Octavregion. Aus der Anzahl der Pulse, welche man bei der Eintheilung gewählt hat, lässt sich ferner leicht bestimmen, in welchen Verhältnissen die Accorde erscheinen müssen; so würde z. B. eine Einrichtung wie Fig. 6. nachstehende Harmoniefolge geben:



Die beigesetzten Ziffern bezeichnen wieder die Pulsverhältnisse der Töne, und zwar diejenige Anzahl Pulse, welche jedem Tone bei einmaliger Rotation der Scheibe zukommt. Wie bereits früher bemerkt, würden jene Harmonieen auch in der hier angegebenen Region erscheinen, wenn die Scheibe 66mal in einer Secunde rotirte. Umgekehrt lässt sich dann natürlich auch für eine gegebene Folge von Accorden die dazu erforderliche Eintheilung der Scheibe finden. In Figur 6. sind blosse rhythmische Systeme (§ 1.) gezeichnet, und zwar alle Anfänge auf dem mit 12 bezeichneten Halbmesser genommen worden, um zugleich eine allgemeine Anschauung von der regelmässigen Aufeinanderfolge der Pulse zu erhalten. Zeichnet man auf eine andere Scheibe die Pulsreihen für die 3 Töne der reinen Durtonleiter dergestalt, dass ihre Anfänge nicht zusammenfallen, so wird solche bei gleichzeitiger Intonirung verschiedener zu einem Accorde gehöriger Kreise die rhythmischen Perioden und ihre Wirkungen darstellen. Ueberhaupt wird nunmehr erhellen, wie mannigfaltig und belehrend die Versuche sein müssen, welche sich mit der Sirene anstellen lassen. Jeder verlangte Accord lässt sich auf einem einzigen Kreise darstellen. Wollte man z. B. den Mollvierklang zeichnen, so hat man für

| | C | $E^b$ | G | c | |
|---|---|---|---|---|---|
| die Pulsverhältnisse | 1 | $\frac{6}{5}$ | $\frac{3}{2}$ | 2 | oder |
| | 10 | 12 | 15 | 20 | in ganzen Zahlen. |

Man würde also den Kreis zuerst in 10, 20 oder 30 Haupttheile zu zerlegen, dann wegen der kleinen Terz je 5 solcher Haupttheile in 6 gleiche Theile, ferner wegen der Quinte je 2 solcher Haupttheile in 3 gleiche Theile und endlich wegen der Octave jeden solchen Haupttheil noch in 2 gleiche Theile einzutheilen, sämmtliche Theilungspuncte zu durchstechen und die auf den Hauptradien liegenden Oeffnungen etwas grösser als die übrigen zu machen haben, damit sich der Grundton von der Octave unterscheide. Je genauer übrigens die Theilung bewirkt wird, desto schöner erscheinen die Klänge; es wird indess selbst eine weniger sorgfältige Theilung die verlangten Tonverbindungen unzweifelhaft deutlich, wenn auch nicht so vollkommen, als sie zu erlangen sind, darstellen. Die Scheibe selbst braucht nur von gewöhnlicher Pappe zu sein, welche man der Festigkeit wegen auf beiden Seiten noch mit Papier überziehen kann. Einige Sorgfalt aber erfordert das genaue Centriren der Scheibe, damit sie bei der nöthigen schnellen Rotation nicht zu sehr schleudere.

Eine einfache Vorrichtung zum Drehen der Scheibe zeigt die 7. Figur. Die Scheibe a ist auf eine stählerne Spindel gesteckt und an einer auf der Spindel festge-

Digitized by Google

schlagenen kleinen Messingscheibe b mittelst zweier Schrauben befestigt. Die Spindel läuft auf den Spitzen zweier Schrauben d, welche in der hölzernen Gabel A eingeschroben sind. Der Rahmen B enthält das mittelst einer Kurbel in Bewegung zu setzende Rad R und hat unten die Einrichtung, dass er an ein Tischblatt befestigt werden kann. Oben befindet sich ein Zapfenloch zu Aufnahme des Gabelzapfens e. Ueber das Rad R und über eine an der Spindel befindliche kleine Welle e läuft endlich eine Schnur, welche dadurch gespannt wird, dass man die Gabel A so weit als nöthig in die Höhe schiebt und dann mittelst der Holzschraube f feststellt. Den Luftstrom braucht man bloss durch einen Federkiel gegen die durchbrochenen Kreise der Scheibe zu blasen; die Oeffnung des Kiels darf indess nicht viel grösser sein, als die Löcher auf der Scheibe;*) auch hat man beim Blasen diese Oeffnung des Federkiels nahe an die Scheibe zu halten.

§ 9.

Nach Obigem könnte es scheinen, dass jede rhythmische Figur, des ununterbrochenen Flusses wegen, stets eine ganze Anzahl mal auf dem betreffenden Kreise vorkommen müsse, dass man daher, wenn mehre Tonverbindungen in Bezug auf einerlei Grundton dargestellt werden sollen, alle dazu erforderlichen Kreise zuerst in eine solche Anzahl gleich grosser Haupttheile zu zerlegen habe, in welcher die Nenner oder die kleinsten Zahlen der vorgegebenen Rhythmen, ein jeder für sich, genau aufgehen, und dass man folglich zu Darstellung der Rhythmen



mindestens 60 solcher Haupttheile oder Pulse für den Grundton nöthig haben werde. Folgende Betrachtung wird jedoch zeigen, dass eine solche Anordnung nicht unerlässlich erfordert wird. Wenn auf einem Kreise Fig. 3. der Abstand ab der Löcher kein aliquoter Theil des Kreises ist, so wird der Abstand der letzten Oeffnung q vom Anfangspuncte a, oder die Weite qa, kleiner werden, als die regelmässige Weite ab. Auch eine solche Pulsfolge wird aber einen bestimmten Ton geben müssen. Noch vor dem Eintritte des Zeitmoments, mit welchem sich die der Pulsreihe a b c ... q zugehörige Zeitdauer endigt, tritt nämlich in Folge der stetigen Rotation der Scheibe eine der vorigen völlig gleiche Pulsreihe a b c ... q wieder auf, so dass also hier gleichsam eine sich stets wiederholende Ineinanderschiebung gleichartiger Pulsreihen, oder, noch vor dem jedesmaligen Aufhören des Tones, ein stetes Wiedereintreten des nämlichen Tones von derselben Qualität und Stärke vorkommt, folglich keine Unterbrechung des herrschenden Eindrucks wahrgenommen werden kann. Das Nämliche muss auch für die rhythmischen Pulsreihen gelten, und es müssen sich daher irgend welche, selbst irrationale Pulsverhältnisse, mit hinreichender Genauigkeit auf der Sirene darstellen lassen, was auch die Erfahrung vollkommen bestätigt. Wenn folglich eine vorgegebene Anzahl Rhythmen

*) Auf einer Scheibe von 12 par. Zoll Durchmesser kann man die Löcher ungefähr $\frac{3}{8}$ bis $\frac{1}{4}$ par. Linie im Durchmesser machen.



Digitized by Google

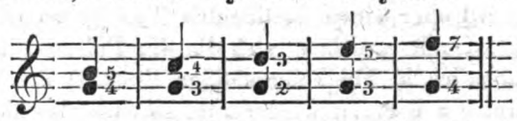
(Tonverbindungen) in Bezug auf einerlei Grundton auf eine Scheibe gezeichnet werden sollen, so sind die zu erfüllenden Hauptbedingungen nur diese, dass man alle Kreise anfänglich in eine beliebige, jedoch der Grösse der Scheibe angemessene Anzahl gleich grosser Haupttheile eintheile und dann auf jedem einzelnen Kreise diejenige Anzahl Haupttheile, welche der Nenner des für den betreffenden Kreis bestimmten Rhythmus angiebt, wieder genau in so viele gleiche Theile zerlege, als der Zähler oder die übrigen Zahlen dieses Rhythmus anzeigen. Wie sich die practischen temperirten Tonleitern, in welchen die Pulsverhältnisse der Töne nur durch sehr grosse ganze Zahlen mit der erforderlichen Genauigkeit darstellbar sind, auf die Sirene zeichnen lassen, wird aus folgender Andeutung erhellen. Die Pulsverhältnisse der, gegenwärtig fast allgemein gebräuchlichen, 12stufigen gleichschwebenden temperirten Tonleiter sind folgende:

| C | C♯ | D | E♭ | E | F | F♯ | G | A♭ | A | B | H | c |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1000 | 1060 | 1122 | 1189 | 1260 | 1335 | 1414 | 1498 | 1587 | 1682 | 1782 | 1888 | 2000 |

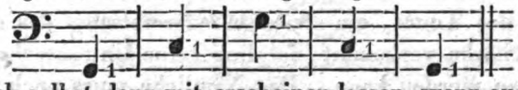
Wenn also dem Tone C zehn Pulse oder Oeffnungen gegeben werden, so muss C♯ deren 10,6 erhalten. Der Abstand der Oeffnungen auf dem C♯ Kreise wird daher einem Kreisbogen von $\frac{360^\circ}{10,6} = A$ angehören, und hieraus findet sich dann für den dem Ueberschusse 0,6 zukommenden Bogen der Werth $0,6 \times A = B$. Um also die Oeffnungen auf dem C♯ Kreise in gehörigem Abstande von einander anzugeben, würde man zuerst den Kreisbogen B mittelst seiner Chorde zu bestimmen und dann den Rest des Kreises in 10 gleiche Theile zu theilen haben, wobei die Chorde des Bogens A als Theilungsmaass benutzt werden kann. Auf ähnliche Weise lassen sich dann die Kreise für die übrigen Töne eintheilen. In meiner „Allgemeinen Theorie der Musik" ist diess noch weiter ausgeführt; auch werden daselbst die Längen der Chorden für die Bogen A und B sowohl für die gleichschwebende 12stufige, als auch für die später zu erwähnende 19stufige Scala angegeben.

## § 10.

Bemerkenswerth ist, dass die rhythmischen Systeme



ausser diesen Zweiklängen auch noch die zugehörigen Combinationstöne (§ 5.), nämlich



und zwar völlig deutlich selbst dann mit erscheinen lassen, wenn auch die zusammenfallenden Anfangspulse durch vergrösserte Löcher nicht besonders hervorgehoben werden. Bedenkt man indess, dass in jedem hüpfenden Rhythmus, z. B. in dem Rhythmus $\frac{3}{2}$ oder in der Figur  selbst dann, wenn die Pulse völlig gleich stark sind, sich doch stets die mit einem Puncte bezeichneten Pulse als Anfänge des Rhythmus

Digitized by Google

im blossen Gefühl hervorstechend ankündigen und ankündigen müssen, weil das Gefühl hier den Zeitfluss nach der Wiederkehr jeder solchen Figur abmisst: so erklärt sich jene Erscheinung nicht nur völlig befriedigend, sondern sie giebt zugleich wieder einen sehr deutlichen Beweis dafür ab, dass das Gefühl auch bei unzählbar schneller Folge gleich starker Pulse noch den Rhythmus derselben empfinden muss.

## § 11.

Die Sirene erklärt es nächstdem auf eine interessante Weise, wie es möglich ist, dass wir verschiedene Töne zu einerlei Zeit hören und unterscheiden können; es dürfen nämlich die Klangpulse nur rhythmisch auf einander folgen, um in unserm Ohre mehr als einen Ton, etwas von der blossen Monotonie oder dem einfachen Klange Verschiedenes zu erzeugen. Von Personen, denen ihr in früher Jugend verloren gegangenes Sehvermögen durch die Kunst erst in spätern Jahren wieder verschafft wurde, ist bekannt, dass sie über die durch den wieder erworbenen Sinn empfangenen Eindrücke erst nach und nach richtig urtheilen lernen, nachdem sie mit Hülfe der übrigen Sinne, insbesondere des Gefühls, den Total-Eindruck gleichsam erst zergliedert oder in seine verschiedenen Bestandtheile zerlegt haben. Etwas Aehnliches, glaube ich, würde man an einem in frühester Jugend Taubgewordenen beobachten, wenn ihm das Gehör in reiferem Alter plötzlich wieder gegeben werden könnte. Er würde höchst wahrscheinlich einen musikalischen Accord anfänglich nur als etwas Wohlgefälliges überhaupt bezeichnen, nicht aber sogleich auch erkennen, dass er aus verschiedenen Bestandtheilen zusammengesetzt sei. Erst dann, nachdem ihm die vereinigten Töne einzeln vorgestellt worden, dürfte er auch in dem Accorde diese einzelnen Töne unterscheiden lernen. Der umgekehrte Fall findet nun wahrscheinlich Statt, wenn wir, von Jugend auf an die Auffassung und Unterscheidung der einzelnen Töne gewöhnt, die Wirkung rhythmischer Klangpulse, oder einen musikalischen Accord, sogleich als eine Vereinigung verschiedener Töne oder verschiedener Klangpulsreihen erkennen.

Selbst für den Dichter dürfte endlich die Sirene nicht ohne alles Interesse sein, indem sie die rhythmische Gliederung im Verse als Musik im Gebiete des Zählbaren erscheinen lässt. So hat z. B. der Vers „Jubelgesang tönete laut“ den Rhythmus



welcher nach dem Vorigen im Gebiete der Töne die mit dem Combinationstone verbundene lebenvolle Quintconsonanz erzeugt u. s. w.

## § 12.

Der Hypothese, dass das Consoniren der Tonverbindungen von der Einfachheit der Pulsverhältnisse der Töne, oder — wie es nach dem Bisherigen richtiger auszudrücken sein wird — von der Einfachheit des ihnen zukommenden Rhythmus abhänge, hat man den Einwurf gemacht, dass diese Pulsverhältnisse merklich abgeändert werden könnten, ohne dem Consoniren der entsprechenden Tonverbindungen erheblich zu scha-

Digitized by Google

den. Das Folgende wird den hierbei Statt findenden Vorgang klarer übersehen lassen, als man ihn bisher erkannt hat, und zugleich den Einwurf beseitigen. Um hierzu ein Beispiel aus der Erfahrung zu entlehnen, wollen wir die grosse Terz in der gleichschwebend temperirten 12stufigen Tonleiter annehmen, welche nach § 9. 126 Pulse macht, während der reinen grossen Terz nur 125 zukommen. Man hat dann für den Zweiklang CE statt seines reinen Pulsverhältnisses 4:5 das temperirte Verhältniss 4:5,04. Wie bereits § 8. bemerkt, kommen dem Tone C in einer Zeitsecunde ungefähr 132 Pulse zu, folglich in derselben Zeit dem reinen E 165, dem temperirten aber $166\frac{8}{25}$ oder 166,32. Die einzelnen Pulse des reinen E sind also um $\frac{1}{165}$, die des temperirten E um $\frac{1}{166,32}$ Secunde von einander entfernt; und der Unterschied beider Zeiten ist $= \frac{1}{20790}$ Secunde. Der 2e, 3e u. s. w. Puls des temperirten E wird also dem 2n, 3n u. s. w. Pulse des reinen E nach und nach um $\frac{1}{20790}$, $\frac{2}{20790}$ u. s. w. Secunde voreilen, und folglich der 6e Puls des temperirten E um $\frac{5}{20790}$ oder um $\frac{1}{4158}$ Secunde früher erscheinen, als der 6e Puls des reinen E oder als der Anfang des zweiten reinen rhythmischen Systems. Statt des letztern entsteht daher eine demselben äusserst nahe gleiche Periode, welche sich stetig dergestalt ändert, dass jede folgende Periode von der vorhergehenden nur eben so wenig verschieden ist, als die erste Periode vom reinen Rhythmus. Das Ohr wird also an die veränderte Aufeinanderfolge der Pulse allmählig gewöhnt. Obschon solches indess an den unmittelbar auf einander folgenden Perioden keinen Unterschied finden kann, so muss es doch in der öftern Wiederholung das stetige Voreilen der Pulse des temperirten E erkennen, es muss also gleichsam ein doppeltes Gefühl von Uebereinstimmung und stetig fortwirkender Störung Statt finden. Der 127e Puls des temperirten E ist um $\frac{126}{20790}$ oder $\frac{1}{165}$ Secunde vorgeeilt, er trifft also mit dem 126n Pulse des reinen E oder mit dem Anfange des 26n reinen Systems wieder zusammen. Innerhalb jeder zu einer solchen Wiedervereinigung nöthigen Zeit durchlaufen also die Pulse des temperirten E allmählig den Raum eines ganzen Systems. Die bekannte Erfahrung an zwei nahe isochronisch schwingenden Pendeln, deren Pulse aus gleichem Grunde allmählich und bis zu ihrer Wiedervereinigung immer weiter aus einander treten, während man zwischen den unmittelbar auf einander folgenden Schlagperioden keinen Unterschied wahrnehmen kann, werden diess völlig klar versinnlichen. Je kleiner nämlich die Abweichung vom wahren Schwungverhältnisse ist, desto unmerklicher ist auch die stetige Aenderung der Pulsperioden, desto ungestörter bleibt der Character des reinen Rhythmus. Je grösser die Abweichung, desto schneller die Aenderung der Perioden, desto merklicher die Störung des Rhythmus. Je länger endlich die rhythmische Periode an sich, oder je unvollkommener oder je dissonirender der Accord ist, desto weniger muss die Aenderung derselben auffallen und umgekehrt.

Nimmt man jetzt an, dass die Pulse eines temperirten Accords gleich anfangs nicht zusammenfielen, so wird sich dann eine der Verschiedenheit des Anfangs entsprechende Periode bilden und die vorauseilenden oder zurückbleibenden Pulse temperirter Intervalle werden dann diese Periode allmählich verändern.

Digitized by Google

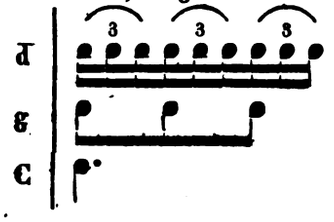
§ 13.

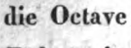
Die hier zum Beispiel angenommene temperirte grosse Terz ist für das fein gebildete Gehör schon so hart, dass man diese Abweichung nicht dulden würde, wenn die eiserne Nothwendigkeit (§ 20.) es nicht erforderte; eine nähere Untersuchung zeigt, dass das geübte Gehör bei der Quart- oder Quintconsonanz, und selbst bei den noch unvollkommneren Terzen und Sexten schon die kleine Abweichung deutlich erkennt, wenn ihre wahre Pulszahl nur ungefähr um $\frac{1}{240}$ ihres Werthes verändert erscheint, und bei gehöriger Ruhe und länger fortgesetzter Prüfung vermag das feine Gefühl diese schon an sich sehr kleine Grenze noch bei weitem enger zu ziehen. Der Einwand, dass die Zulässigkeit einer kleinen Abweichung vom wahren Pulsverhältnisse die Hypothese wesentlich erschüttere, ist daher nicht begründet; der blosse Sinn bleibt stets hinter der mathematischen Genauigkeit der Verstandesschlüsse zurück. Im Gegentheil müssen wir vielmehr die ausnehmend grosse Feinheit des Gehöres bewundern, welches sich der mathematischen Schärfe so sehr zu nähern vermag. Dass, wie hieraus von Neuem erhellet, die vollkommene Reinheit und Wohlgefälligkeit einer Consonanz ausschliessend an den genauen Rhythmus der Klangpulse gebunden sei, lehren übrigens schon die Combinations- und Flageolet-Töne, welche ihrer Natur nach nie anders, als völlig rein erscheinen können und eben desshalb ungleich wohlgefälliger sind, als die künstlich gestimmten ähnlichen Accorde, bei welchen kleine Abweichungen von der Reinheit nicht ganz zu vermeiden sind.

§ 14.

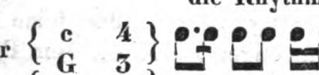
Auf eine sehr befriedigende Weise erklärt sich nun auch, warum die Octaven mit der Tonica nothwendig die bekannte Aehnlichkeit haben müssen. Verhalten sich nämlich die Geschwindigkeiten der Pulse wie 1 2 4 8 u. s. w. so ist die vereinigte Wirkung derselben derjenigen analog, welche beim zählbaren Tactrhythmus aus folgendem Pulsverein entsteht. So wie sich nämlich diese Tactpulse nur durch ihre Geschwindigkeit von einander unterscheiden, übrigens aber ruhig rhythmisch zusammenfliessen, sich gleichsam in einander verlieren, so müssen sich auch die Octaven von der Tonica nur durch ihre Höhe unterscheiden, in Ansehung des Rhythmus aber auf das allen einzelnen Pulsreihen gemeinschaftliche ruhige Maass 2 hinweisen oder ruhig consonirend in einander fliessen. Um diess noch deutlicher einzusehen, vergleiche man damit einen Pulsverband, in welchem die einzelnen Reihen das gemeinschaftliche Maass 3 haben, und man wird sofort den wesentlichen Unterschied des Characters dieser Rhythmen gewahren. Während dort vollkommene Ruhe herrscht, findet hier eine sich immer höher steigernde Aufregung Statt, was sich auch völlig analog in den diesen Pulsverbänden angehörigen Tonverbindungen C c $\bar{c}$ $\bar{\bar{c}}$ u. C g d



ausspricht. Ferner erklärt sich, warum jeder Ton, welcher mit der Tonica consonirt, auch gegen die Octave nicht störend sein kann, weil aus der Vergleichung irgend einer Anzahl Pulse mit  u. s. w. und mit deren Verdopplung nothwendig etwas unter sich Uebereinstimmendes folgen muss. Verbinden wir z. B. die 3 Pulse der Quinte mit den in gleicher Zeit erscheinenden 2 und 4 Pulsen der Tonica und Octave, so erhalten wir

die Rhythmen:

für { c 4 } 
- { G 3 }
- { C 2 }

(S. § 4. II. b.)

woraus klar erhellt, warum beide Zweiklänge, gleichzeitig vorhanden, nothwendig harmoniren müssen. Ueberhaupt fliessen alle dergleichen Erklärungen von selbst aus dem einfachen Satze, dass die musikalischen Accorde nichts anderes sind, als ein unter einer neuen Gestalt erscheinender, in einen Klang zusammenfliessender Rhythmus. Die Wirkung, welche einem gewissen Rhythmus im Gebiete des Zählbaren zukommt, muss sich daher auch völlig analog im Gebiete des Klanges zeigen, und in der That wird man auch nicht eine einzige Erscheinung anzugeben vermögen, welche diesem Gesetze widerspräche.

## § 15.

Eine nothwendige Folge der rhythmischen Gesetze ist es ferner, dass wir die Abweichungen von der Reinheit der Intervalle um so merklicher empfinden müssen, je einfacher das reine Pulsverhältniss an sich ist. Bei den Intervallen $\frac{1}{1}$ und $\frac{2}{1}$, d. i. bei der Prime*) und bei der Octave, muss daher eine Abweichung oder Temperatur gar nicht zulässig sein. Die Abweichungen bei andern Intervallen müssen aber in dem Grade immer weniger fühlbar werden, je zusammengesetzter ihr Pulsverhältniss ist. Es müssen also die unvollkommenen Consonanzen mehr Abweichung, als die vollkommenen, die Dissonanzen mehr, als die unvollkommenen Consonanzen vertragen, wie die Erfahrung auch wirklich zeigt. Ferner folgt daraus, dass wir eine Unreinheit oder das Distoniren, so wie eine Dissonanz überhaupt aus der nämlichen Ursache hinwegwünschen, aus welcher wir bei einer tactwidrig vorgetragenen Musik die vom Tactrhythmus abweichenden Spieler oder Sänger mit Ungeduld und durch unwillkührliches Tactgeben mit Hand und Fuss in den wahren Rhythmus zurückzuführen suchen, aus dem Grunde nämlich, dass, wenn die Vorstellung eines gewissen wohlgefälligen Rhythmus in uns erregt und herrschend festgesetzt worden ist, wir jede Abweichung davon in diese Harmonie zurückgeführt wünschen.

---

*) Die Prime würde man nur dann nicht als ein Intervall ansehen können, wenn man sich unter Intervalle einen Doppelklang vorstellt, welcher nothwendig einen Zwischenraum oder eine Stufe zwischen den beiden Tönen erkennen lassen müsse; da man indess unter dem Worte Intervall nur ein Tonverhältniss zu verstehen hat, so ist auch $\frac{1}{1}$ oder die Prime ein Verhältniss, ein Intervall.

Digitized by Google

In einem Accorde wie C E G A wird der vorherrschende wohlgefällige Rhythmus von C E G oder der Rhythmus (4 5 6) durch die $6\frac{2}{3}$ Pulse des A auf eine aufregende Art gestört, und das Gefühl muss eine Verminderung dieser $6\frac{2}{3}$ Pulse auf die in das rhythmische System passenden 6 Pulse lebhaft herbeiwünschen, woraus sich nicht nur das Verlangen nach der sogenannten Auflösung der Dissonanzen erklärt, sondern selbst das dabei zu beobachtende Gesetz erkennen lässt.

Stellen wir uns vor, dass die reine Quinte, welcher das Pulsverhältniss $\frac{3}{2}$ oder $\frac{540}{360}$ zukommt, nach und nach immer tiefer gestimmt werde oder die Verhältnisse $\frac{539}{360}$, $\frac{538}{360}$ u. s. w. durchlaufe, so wird sie an Wohlgefälligkeit immer mehr und mehr abnehmen, bis sie das irrationale Verhältniss $\sqrt{2}$ erreicht, welches in der Mitte zwischen $\frac{3}{2}$ und dem nächstfolgenden einfachen Rhythmus $\frac{4}{3}$ liegt. Auf diesem Puncte wird der Klang bedeutungslos erscheinen (§ 6.), da er weder an die Quinte, noch an die Quarte $\frac{4}{3}$ vorherrschend erinnert. Das Letztere wird aber immer deutlicher eintreten, so wie der höhere Ton noch tiefer herabsinkt oder nach und nach die Verhältnisse $\frac{509}{360}$, $\frac{508}{360}$ u. s. w. durchläuft, und das Verhältniss $\frac{480}{360}$ oder $\frac{4}{3}$ wird dann diese Consonanz vollkommen befriedigend darstellen. Bei fernerem Sinken wird nun eben so das Angenehme der Quarte nach und nach sich verlieren und mit dem, in der Mitte zwischen den Rhythmen $\frac{4}{3}$ und $\frac{5}{4}$ liegenden Verhältnisse $\sqrt{\frac{5}{3}}$ ganz verlöschen, von wo aus dann wieder die Annäherung zum Rhythmus $\frac{5}{4}$ empfunden werden wird u. s. w. Je näher dann das Pulsverhältniss dem Werthe $\frac{360}{360}$ oder $\frac{1}{1}$ kommt, desto weniger wird der Klang von der Monotonie verschieden erscheinen und das bekannte Schwirren entstehen, bis sich solches endlich mit jenem Verhältnisse $\frac{360}{1440}$ in vollkommenen Isochronismus auflöst. Es wird hieraus noch deutlicher erhellen, wie jeder Rhythmus für den blossen Sinn einen kleinen Spielraum seiner Reinheit um sich haben müsse und dass die Abweichungen um so weniger klar empfunden werden können, je schwieriger der reine Rhythmus an sich vom Gefühl übersehen werden konnte. Ob das Verhältniss mathematisch rein sey, kann nur der Verstand ermessen, nicht aber das blosse Gefühl, weder das Auge noch das Ohr. Wie sehr sich übrigens das Ohr bei diesen Abmessungen der völligen Genauigkeit zu nähern vermag, ist auf den Grund einer, in meiner Allgem. Theorie d. Mus. weiter ausgeführten Untersuchung bereits § 13. angedeutet worden.

## Entwickelung der modernen Tonleiter aus dem Gesetze des Rhythmus.

### § 16.

Mit Hülfe dieser einfachen Gesetze des Rhythmus lässt sich nun die ganze Theorie unsers modernen Tonsystems in folgende wenige Sätze zusammenfassen:

1) Jeder Ton entsteht aus schnellen, pendelartig auf einander folgenden Schwingungspulsen eines elastischen Körpers; die Intensität der Pulse bedingt die Stärke, ihre Geschwindigkeit aber die Höhe des Tones.



Digitized by Google

2) Das Con - und Dissoniren der Tonverbindungen entsteht aus dem wohlgefälligen oder aufregenden Rhythmus, welcher von den vereinigten Klangpulsreihen gebildet wird. Der Rhythmus ist um so einfacher, je leichter sich die zur rhythmischen Gruppe gehörigen Pulse vom blossen Gefühl abmessen oder übersehen lassen. Das einfachste und ruhigste Gefühlsmaass ist die Zahl 2 mit ihren Verdoppelungen; dann folgen, an Aufregung immer mehr zunehmend, die Zahlen 3, 5, 7, welche letztere schon ausserhalb des Wohlgefälligen liegt.

3) Isochronische Pulsreihen geben den Einklang, die Monotonie $\frac{1}{1}$, wo kein Unterschied wahrgenommen wird, in so fern nicht ein solcher von der verschiedenen Art oder Form der Pulse erzeugt wird, was aber hier nicht in Betracht kommt, weil wir es nicht mit der Qualität der Klänge zu thun haben.

4) Alle Verdoppelungen der Geschwindigkeiten führen wieder auf den der einfachen Geschwindigkeit angehörigen Ton und versetzen ihn nur in schnellere oder höhere Regionen; § 14.

5) Grundton und Octave oder die Geschwindigkeiten 1 und 2 sind folglich die Grenzen des wesentlichen Tongebiets in quantitativer Hinsicht und alle wesentlich verschiedenen Intervalle zwischen den Exponenten 1 und 2 eingeschlossen. Jeder Ton ist daher auch gleichzeitig der Beziehung auf beide Endpuncte, auf Grundton und Octave, unterworfen.

6) Der wesentliche Unterschied der Töne wächst daher von der Geschwindigkeit 1 bis $\sqrt{2}$, oder von der Tonica an bis zur Mitte der Octave, von wo er wieder in gleicher Maasse umgekehrt gegen den der Geschwindigkeit 2 angehörigen Ton oder gegen die Octave abnimmt. Der Ton $\sqrt{2}$ ist, in Bezug auf die Tonica und Octave, wegen seines irrationalen Verhältnisses zu den Zahlen 1 und 2, völlig bedeutungslos und bildet den symmetrischen Mittelpunct des wesentlichen Tongebiets. Gleichen Abständen von dieser Mitte, oder den Geschwindigkeiten $\sqrt{2} \pm x$, kommen gleiche Wirkungen in Bezug auf den betreffenden, auf gleicher Seite gelegenen Endpunct des Gebiets zu.

7) Sämmtliche einfachen oder angenehmen Tonverhältnisse innerhalb der Octave müssen sich also überhaupt dadurch bestimmen, wenn man die einfachen Rhythmen zwischen den Werthen 1 und $\sqrt{2}$, d. h. die Verhältnisse $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{5}$ u. s. w. aufsucht, indem deren Ergänzungen zur Octave (Octavcomplemente) dann den Raum zwischen $\sqrt{2}$ und 2 oder zwischen dem Mittelpuncte und dem Ende der Octave von selbst ausfüllen. Geht man nun bei Aufstellung der leicht fasslichen (nach den Zahlen 2, 3, 4, 5. abmessbaren) Rhythmen nicht weiter, als bis zu $\frac{16}{15}$, welcher Rhythmus dem Einklange oder der Monotonie $\frac{16}{16}$ oder $\frac{1}{1}$ schon sehr nahe kommt, so erhält man, vom Mittelpuncte der Octave nach der Tonica zu, die Verhältnisse oder Rhythmen:

$$\frac{4}{3} \quad \frac{5}{4} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{10}{9} \quad \frac{16}{15}$$

und hieraus entspringen dann für die zweite Hälfte der Octave von selbst die Rhythmen:

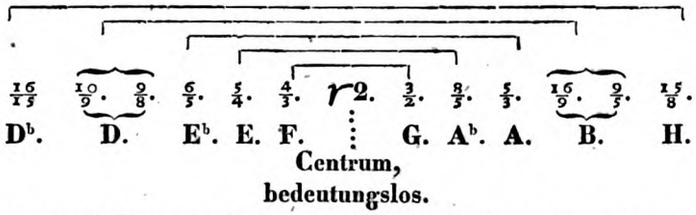
$$\frac{3}{2} \quad \frac{8}{5} \quad \frac{5}{3} \quad \frac{16}{9} \quad \frac{9}{5} \quad \frac{15}{8}$$

indem man nämlich mit jedem Verhältnisse der ersten Reihe nur in die Zahl 2 zu dividiren braucht. Die Rythmen $\frac{7}{6}$, $\frac{8}{7}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{12}{11}$, $\frac{13}{12}$, $\frac{14}{13}$, $\frac{15}{14}$ und ihre Octavcomplemente

Digitized by Google

$\frac{12}{7}$, $\frac{7}{4}$ u. s. w. fallen hier aus, weil sie nur mittelst der schon störenden und unverständlichen Primzahlen 7, 11, 13 abmessbar sind. In welchen Beziehungen diese letzteren Rythmen zur Musik stehen, wird in der Allgem. Th. d. M. erklärt.

Mit obigen beiden Reihen ist daher die Anzahl aller durch jene rhythmischen Zähler 2, 3, 4, 5 vom blossen Gefühl abmessbaren einfachen Verhältnisse zwischen den Werthen 1 und 2 oder zwischen dem Grundtone und seiner Octave völlig erschöpft. Ordnet man sie, so erhält man folgende aus der Natur des Rhythmus nothwendig entspringende Tonreihe:




Diese Reihe nun stellt die vollständige natürliche Basis unsrer reinen Dur- und Molltonleiter dar (siehe Einleitung) und zeigt zugleich, dass letztere unserem Gefühl entsprechen muss, weil sie auf den inneren Gefühlstact, auf den Sinn für Ebenmaass und Rhythmus begründet ist. Man könnte sie die einfache rhythmische Tonleiter nennen, weil nicht nur alle darin vorkommenden Tonverhältnisse einfach rhythmisch sind, sondern auch, was durch die Klammern angedeutet ist, alle diese Verhältnisse wieder in Bezug auf das Centrum der Octave symmetrisch geordnet liegen. Diese Klammern deuten daher zugleich die einander zur Octave ergänzenden Intervalle, oder die sogenannte Umkehrung der Intervalle an. Die Quarte F ist das Octavcomplement der Quinte G, die kleine Terz Eb das Octavcomplement der grossen Sexte A u. s. w.

8) Jedem Tone ohne Ausnahme kommen diese und alle übrigen gedenkbaren Intervalle zu, weil alle Verhältnisse, welche sich in Bezug auf irgend welche Grundzahl denken lassen, auch für jede andere Grundzahl dargestellt werden können. Die Gesetze der Harmonie sind also für jeden Grundton die nämlichen, kein Ton kann eine andere natürliche Tonleiter bis zu seiner Octave haben, als ein andrer Ton; aller Unterschied beschränkt sich ausschliesslich auf die blosse Verschiedenheit der Höhe der Grundtöne.

9) Alle Consonanzen werden durch den Pulsverband 4, 5, 6, 8 oder durch den Accord C, E, G, c auf einmal dargestellt und bedingt, weil in ihm alle einfachen rhythmischen Maasse 2, 3, 4, 5 vereinigt sind.

10) Da nun das Gefühl nach der Verschiedenartigkeit des Affects und des Stimmorgans sich durch Melodieen in verschiedenen Regionen äussert, so werden folgende zwei Forderungen jedem practischen Tonsysteme zum Grunde liegen:

a) Um dem Gefühl die möglichste Freiheit in der Wahl des Grundtons und die feinsten Verschmelzungen der Harmonieen zu gewähren, wird man innerhalb der Octave so viele Töne verlangen, als das Gehör noch deutlich von einander zu unter i-



Digitized by Google

den und der Sänger und Spieler ohne allzugrosse Schwierigkeit in den verschiedenartigsten Folgen und Verbindungen noch sicher und bestimmt darzustellen vermag.

b) Jeder einzelne Ton sollte dann mit Hülfe der übrigen Töne des Systems diejenigen Intervalle bilden können, welche die einfache rhythmische Tonleiter als die natürlichen und angenehmsten Elemente der Harmonie darstellt.

Wie sich nun hieraus unsere practische Tonleiter nothwendig entwickeln musste, wird aus Folgendem erhellen.

## § 17.

Jene beiden Forderungen erheischen: 1) dass alle Stufen der Tonleiter oder die Intervalle zwischen je zwei unmittelbar auf einander folgenden Tönen einander genau gleich seien, weil ausserdem der Forderung § 16, 10. b nicht Genüge geschehen könnte *). 2) dass man sich, wegen der nothwendigen Einfachheit practisch anwendbarer Tonsysteme, auf eine mässige Anzahl Stufen innerhalb der Octave beschränke. 3) dass diese Stufen zugleich möglichst genau wenigstens die zur Dur- und Moll-Tonleiter erforderlichen Intervalle darstellen. Es ist leicht einzusehen, welche Bedingung bei solcher Eintheilung der Octave wegen Aufrechthaltung der Harmonie in Rechnung genommen werden muss. Nothwendige Folge einer gleichstufigen Tonleiter ist nämlich:

dass alle Intervalle, welche für irgend einen Ton der Scala vorhanden sind, auch für alle übrigen Töne derselben vorhanden sein müssen . . . (𝔇).

Man hat also nur zu untersuchen, unter welcher Bedingung z. B. der Ton C alle zur Harmonie unerlässlich gehörigen Intervalle, also mindestens seine vollständige Dur- und Moll-Tonleiter erhalte. Nehmen wir nun jetzt an, dass eine Tonleiter mit einer mässigen Anzahl gleich grosser Stufen möglich sei, welche zugleich den Stammaccord der Consonanz (s. § 16, 9) C E G c möglichst rein darstelle, so erhellet, dass dann auch die wichtigsten übrigen Intervalle in der Leiter mit vorkommen müssen. Es werden nämlich dann vorhanden sein:

C. E. G. c. e.

Da nun E in den Tönen G und c seine kleine Terz und kleine Sexte, und G in den Tönen c und e seine Quarte und grosse Sexte hat, so müssen in der Leiter nothwendig auch Töne vorkommen, welche eben dieselben Intervalle, nämlich die $3^b$, $4^{te}$, $6^b$ und $6^{te}$ für den Ton C darstellen (𝔇). Aus gleichem Grunde wird G seine $3^b$, 3 und $3^{te}$ haben und daraus für den Ton C die $7^b$, $7^e$ und grosse Secunde hervorgehen. Alle diese Intervalle würde dann auch jeder andere Ton in der Leiter erhalten, und man sieht, dass dadurch für C und folglich auch für alle übrigen Töne der Leiter immer mehr und

*) Eine Verschiedenheit in den Stufenweiten der Tonleiter würde nämlich für jeden Ton eine besondere Scala geben, weil wir auf den meisten Instrumenten die Höhe der Töne während des Spiels nicht beliebig verändern können; diess würde aber erstens der Natur der Töne (§ 16, 8) widersprechen, und zweitens auch grössere Abweichungen von der Reinheit der vornehmsten Intervalle erzeugen (§ 21).

Digitized by Google

mehr neue und auch zugleich desto reinere Intervalle entspringen würden, je mehr Stufen man anwenden müsste und könnte, um in ihnen die Töne jenes Stammaccords mit zu erhalten, und je genauer man sich dabei der wahren Höhe dieser Stammtöne näherte. Die Bedingung, in einer gleichstufigen Tonleiter jene zur Harmonie unerlässlich erforderlichen Intervalle möglichst genau zu erlangen, reducirt sich also auf die einfache Forderung:

dass in der gleichstufigen Leiter die grosse Terz und Quinte in möglichster Reinheit mit vorkommen;

denn hierin ist, wie so eben gezeigt wurde, jene Forderung zu Miterlangung der übrigen wichtigsten Intervalle *implicite* enthalten. Diess ist denn nun die unerlässliche Bedingung, welcher nothwendig Genüge geschehen muss; und hierdurch werden der Willkühr sehr enge Grenzen gesetzt.

## § 18.

Da die Ton-Intervalle nichts weiter sind, als Zahlenverhältnisse, welche das Gefühl mittelst des Gehörsinnes auffasst, so muss das Urtheil des Gehörs über die Grösse der verschiedenen Intervalle auch den nämlichen Gesetzen folgen, nach welchen die relative Grösse der Zahlenverhältnisse vom Verstande beurtheilt wird. Das Gehör muss also die Höhen der Töne nach den Logarithmen ihrer Schwingungs- oder Pulszahlen beurtheilen *). Am geeignetsten ist es für vorliegenden Zweck, die Logarithmen der Pulszahlen aus einem Systeme zu wählen, dessen Basis = 2 ist, indem dann der Logarithme der Zahl 2 (oder der Octave) = 1 wird und die Logarithmen der übrigen Töne die Höhe der letztern in Theilen der Octave angeben, so dass man also zugleich sehr bequem übersehen kann, der wie vielste Theil der Octave irgend welches Intervall ist. Um diese Logarithmen aus den gewöhnlichen Briggischen Logarithmen abzuleiten, hat man letztere mit dem Modul 3,321928 oder, für unsern Zweck hinreichend genau, mit 3,322 zu multipliciren, z. B. für die

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Secunde | $\frac{9}{8}$ | Log. brigg. | 0,05115 × 3,322 | = 0,16992. |
| Quarte | $\frac{4}{3}$ | - - | 0,12494 × 3,322 | = 0,41505. |
| Quinte | $\frac{3}{2}$ | - - | 0,17609 × 3,322 | = 0,58497. |
| Octave | 2 | - - | 0,30103 × 3,322 | = 1,00000. |

Der Bequemlichkeit wegen wollen wir aber von den Mantissen der so gefundenen Logarithmen nur die ersten drei Zahlstellen, mit Rücksicht auf die nächstfolgende, beibehalten, das Comma weglassen und sie als ganze Zahlen behandeln, oder, was einerlei ist, den Raum oder das Intervall der Octave zu 1000 gleichen Theilen annehmen. Wir haben dann die Höhe jedes Tones oder die Grösse jedes Intervalles bis auf $\frac{1}{1000}$ Octave genau, eine Grenze, welche für die Genauigkeit der Tonmessungen völlig ausreicht und zugleich den Vortheil leichter Rechnung und leichter Uebersicht gewährt. Diese Logarithmen sind nämlich bei der Intervallen-Rechnung völlig wie die gemeinen Zahlen zu

*) Für den Nichtmathematiker wird diess in meiner Allgem. Theorie d. M. verständlicher entwickelt.

Digitized by Google

behandeln, folglich zu addiren oder zu subtrahiren u. s. w., wenn ein Intervall zu einem andern addirt oder davon abgezogen werden soll. So giebt z. B. die Summe von Quarte + Quinte das Intervall 415 + 585 = 1000 oder die Octave. Berechnen wir jetzt diese Logarithmen oder Höhenzahlen für die Töne der einfachen rhythmischen Tonleiter (als Basis der reinen Dur- und Moll-Scala), so finden wir folgende Zahlen:

| C | $D^b$ | D | $E^b$ | E | F | G | $A^b$ | A | B | H | c. | Töne. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. $\frac{16}{15}$. | $\frac{10}{9}$. | $\frac{9}{8}$. | $\frac{6}{5}$. | $\frac{5}{4}$. | $\frac{4}{3}$. | $\frac{3}{2}$. | $\frac{8}{5}$. | $\frac{5}{3}$. | $\frac{16}{9}$. | $\frac{9}{5}$:. | $\frac{15}{8}$. | 2. Pulsverhältnisse. |
| 0. | 93. | 152. | 170. | 263. | 322. | 415. | 585. | 678. | 737. | 830. | 848. | 907. 1000. Logarithmen. |

und können nun mit Hülfe dieser Logarithmen die Untersuchung, welche Anzahl von Stufen der im vorigen § entwickelten Bedingung am besten Genüge leisten möchte, sehr leicht führen. Man hat nämlich für die möglichst rein darzustellenden Töne des Stammaccords:

| | C | E | G | c |
|---|---|---|---|---|
| die Höhen | 0. | 322. | 585 | 1000 |
| folglich | (322) | (263) | (415) | für die Zwischenräume oder Stufenweiten, |

und man braucht also jetzt nur noch diejenigen ganzen Zahlen aufzusuchen, welche sich beinahe eben so verhalten, wie die Grössen dieser Zwischenräume. Unter andern finden sich die Zahlen 16. 13. 21, was überhaupt eine Anzahl von 50 gleichen Stufen für die Octave geben würde; die Weite einer jeden solchen Stufe würde dann sein $\frac{1000}{50} = 20$, und man würde haben

für die grosse Terz 16 mal $20 = 320$
für die Quinte $(16 + 13) \times 20 = 580$

folglich mit der 16ten Stufe der reinen grossen Terz bis auf $\frac{2}{1000}$ Octave, und mit der 29sten Stufe der reinen Quinte bis auf $\frac{5}{1000}$ Octave nahe kommen. So viel würden also jene Haupt- oder Probe-Intervalle bei der 50stufigen gleichmässigen Eintheilung tiefer erscheinen, als die reinen Intervalle. Noch kleinere Verhältnisszahlen sind (14. 11. 18.) (11. 9. 14.) (10. 8. 13.) (7. 6. 9.) (6. 5. 8.) (4. 3. 5.), bei welchen die volle Stufenzahl respective 43, 34, 31, 22, 19, 12 sein würde.

## § 19.

Der Uebersicht wegen sind für diese sieben Eintheilungsarten die Stufenweiten, die daraus entspringenden Werthe für die obigen beiden Bedingungs- oder Probe-Intervalle, ingleichen deren Abweichungen vom reinen Werthe in Folgendem zusammengestellt worden. Der Werth der Octave bleibt bei allen diesen Temperaturen völlig ungeändert, weil, wenn n die Anzahl der Stufen bedeutet, man für die Octave stets den Werth $\frac{1000}{n} \times n = 1000$ erhalten muss.

Digitized by Google

| Anzahl der Stufen. | Stufen-Weite. | Werth von E. | Abweichung. | Werth von G. | Abweichung. |
|---|---|---|---|---|---|
| 50 | 20 | 320 | — 2 | 580 | — 5 |
| 43 *) | 23,256 | 325,6 | + 3,6 | 581,4 | — 3,6 |
| 34 | 29,411 | 323,5 | + 1,5 | 588,2 | + 3,2 |
| 31 | 32,258 | 322,6 | + 0,6 | 580,7 | — 4,3 |
| 22 | 45,454 | 318 | — 4 | 591 | + 6 |
| 19 | 52,632 | 316 | — 6 | 579 | — 6 |
| 12 | 83⅓ | 333⅓ | + 11⅓ | 583⅓ | — 1⅔ |

Die grösste Abweichung von der Reinheit findet sich hiernach bei der 12stufigen Temperatur mit + 11⅓ Tausendtheil bei der grossen Terz, was mit der auf der entgegengesetzten Seite liegenden Abweichung der Quinte an — 1⅔ zusammen $\frac{13}{1000}$ Octave als Abweichung für die kleine Terz und für deren Octavcomplement, die grosse Sexte, giebt. Bei der 19stufigen Temperatur ist die grösste Abweichung = — 12 bei der grossen Septime als der Summe von Quinte und grosser Terz. Am nächsten kommt der Reinheit unter den kleinern Stufenzahlen die 31stufige Temperatur. Da indess schon diese Temperatur, wegen der Menge der Stufen, nicht mehr practisch anwendbar ist, die 22stufige Temperatur aber, wegen der einander entgegengesetzten Abweichungen der grossen Terz und Quinte und der dadurch noch mehr hervorgehobenen Schärfe der letztern, nicht füglich zulässig sein möchte, im Uebrigen aber es ausser den beiden Zahlen 19 und 12 keine kleinere ganze Zahl weiter giebt, welche nach jenen Bedingungsverhältnissen in drei andere ganze Zahlen sich genau oder wenigstens so nahe genau, als nöthig, zerfällen liesse, so erhellet, dass für ein gleichschwebendes, practisch ausführbares Tonsystem einzig nur diese beiden letztern Temperaturen von 19 oder 12 gleichen Stufen zulässig sind.

## § 20.

Aus Vorigem erkennt man nun auch zugleich den Grund für die absolute Nothwendigkeit**) der Temperatur practisch anwendbarer Tonsysteme. Sie beruht

*) Diess ist die Sauveur'sche Eintheilung der Octave, welcher die Octave in *43 mérides* = 301 *heptamérides* = 3010 *decamérides*, auf eine unnöthig weitläuftige Weise, zerlegte. *Mém. de l'Acad. de Paris.* 1701. *p.* 297.

**) Dr. von Baer sagt unter andern in seinen Vorlesungen über Anthropologie, Königsberg, 1824. Seite 287, dass die Temperatur der Töne keinesweges bloss durch die Unvollkommenheit der Instrumente mit bleibender Stimmung nothwendig werde, sondern dass das Ohr mehre Intervalle wirklich anders zu fordern scheine, als die Schwingungsverhältnisse sie angäben. So scheine z. B. das Ohr zu verlangen, dass die 12te Quinte mit dem Ende der 7ten Octave zusammenfalle, dass 3 grosse Terzen gerade die Octave ausfüllen u. s. w. und es wird diese Ansicht dann zugleich als eine Unterstützung des § 12 bemerkten Einwurfs betrachtet. Das Bisherige wird indess überzeugend darthun, dass dieser Ansicht bloss eine Verwechslung der im practischen Tonsysteme zu erfüllenden Bedingungen mit den Forderungen des Gefühls zum Grunde lag. Der Musiker würde sich der temperirten Intervalle gern begeben, wenn er durch das beschränkende practische System an ihren Gebrauch nicht unerlässlich gebunden wäre. So oft man es auch versuchen möge, von irgend einem Tone aus drei auf einander folgende reine grosse Terzen zu stimmen, niemals wird der letzte

Digitized by Google

nämlich auf dem sehr einfachen Umstande, dass die Höhen der Töne in dem (die Harmonie bedingenden) Stammaccorde C E G c kein so grosses gemeinschaftliches Maass haben, um sie sämmtlich mit einer, dem leichten practischen Gebrauch entsprechenden kleinen Anzahl gleich grosser Stufen nahe genau erreichen zu können. Allgemein lässt sich diess so vorstellen. Soll eine gleichstufige Tonleiter den Stammaccord C E G c völlig genau darstellen, so müsste die Stufenweite ein Tonverhältniss x sein, unter dessen Potenzen $x^2$, $x^3$, $x^4$ u. s. w. die rhythmischen Verhältnisse $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{4}{3}$ genau mit vorkommen, weil aus der Zusammensetzung dieser Verhältnisse der obige Stammaccord entsteht. Man müsste also haben

$$x^m = \tfrac{5}{4},\ x^n = \tfrac{6}{5},\ x^r = \tfrac{4}{3} \text{ und folglich } x^{(m+n+r)} = 2,$$

wo m, n und r ganze Zahlen bedeuten. Hieraus würde aber unter andern folgen, dass

$$\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{r}} = 2^{\left(\frac{1}{m+n+r}\right)} \text{ oder } \left(\frac{4}{3}\right)^{m+n+r} = 2^r,$$

was unmöglich ist, weil keine ganze Potenz von $\frac{4}{3}$ einer ganzen Potenz von 2, oder in andern Ausdrücken, keine Summe von reinen Quarten einer Summe von Octaven jemals genau gleich werden kann. Daher die absolute Nothwendigkeit der Temperatur der Intervalle für Instrumente mit fester Stimmung. Aus Obigem folgt dann ferner

$$\frac{\log.\ \frac{5}{4}}{m} = \frac{\log.\ \frac{6}{5}}{n} = \frac{\log.\ \frac{4}{3}}{r}$$

d. h. es müssen sich verhalten m : n : r

wie $\log.\ \frac{5}{4} : \log.\ \frac{6}{5} : \log.\ \frac{4}{3}$

oder in unsern Logarithmen wie 322 : 263 : 415.

Je genauer also m, n und r, oder die Intervalle C E, E G und G c, diesen Verhältnissen entsprechen, desto vollkommner muss die Tonleiter sein.

## §. 21.

Es ist also keine practisch anwendbare Tonleiter möglich, welche einem jeden der in ihr enthaltenen Töne die natürlich reinen einfachsten Intervalle gewährte. Daher mussten auch alle sogenannten ungleichschwebenden Temperaturen, wo man wenigstens einigen Tönen jene Stammintervalle völlig rein zu verschaffen suchte, dem Gefühl widerstreben. Abgesehen davon, dass diess schon an sich der Natur der Harmonie (§ 16, 8) entgegen ist, so ist es auch eine unvermeidliche Folge solcher Temperaturen, dass, jemehr man für einzelne Töne die Reinheit einiger consonirenden Accorde zu erhalten strebt, die Abweichungen dann für andere Töne desto grösser und störender werden. So entstanden z. B. in der

---

Ton die reine Octave zum ersten Tone geben, sondern stets um die grosse Diesis oder um $\frac{34}{1000}$ Octave zu tief sein, weil 3 reine grosse Terzen bloss auf eine Höhe von $3 \times 322 = 966$ führen, während der Octave die Höhe 1000 zukommt. Hierin liegt es eben, dass für den feinfühlenden Musiker das Stimmen eines Pianofortes so schwierig ist, und es verdient noch bemerkt zu werden, dass selbst die sonst so mächtige Gewohnheit oder das stete Hören scharfer temperirter Terzen das natürliche Gefühl für die Vollkommenheit des Consonirens hier nicht zu vertilgen vermag.

Digitized by Google

sogenannten Kirnberger'schen Temperatur für die Töne C♯, E♭, A♭ und B grosse Terzen, welche um $\frac{18}{1000}$ Octave oder um das volle grosse Comma zu hoch waren; eine Abweichung, welche das feine Gefühl nicht zu ertragen vermag *).

Wir müssen uns daher, wegen der nothwendig zu erfüllenden Bedingung § 16, 10, b) eines künstlichen Systems bedienen, welches dieser Bedingung innerhalb der zulässigen Abweichungsgrenzen entspricht.

## § 22.

Man hat sich bis jetzt mit der Tonleiter von 12 gleichen Stufen begnügt, und in der That ist sie auch gerade diejenige, welche die empfindliche Quinte und Quarte, die nächst der Octave die wenigste Abweichung vertragen, so nahe rein giebt, dass die Differenz für das Gehör fast völlig verschwindet. Eine merklichere Abweichung dieser Consonanzen würde in der Tonleiter von 19 gleichen Stufen Statt finden, nämlich $-\frac{6}{1000}$ Octave für die Quinte und $+\frac{6}{1000}$ Octave für die Quarte. Beide Abweichungen möchten aber um deswillen nicht störend erscheinen, weil sie gerade so liegen, dass sie durch die Abweichung der grossen Terz an $-\frac{6}{1000}$ Octave und durch die völlige Reinheit der grossen Sexte gemildert oder verdeckt werden. Dieses System, welches einen grösseren Reichthum von Tönen darbietet und folglich auch eine feinere Verschmelzung der Harmonieen, insbesondere bei den sogenannten enharmonischen Rückungen, gewähren würde, dürfte also wohl noch für vorzüglicher als unser jetziges 12stufiges anzusehen sein. Die Wirkung desselben lässt sich nach § 9 an der Sirene genau nachweisen, und ich bin sehr geneigt, ihm jenen Vorzug einzuräumen.

## § 23.

So wie im Gebiete des Klanges eine Aufeinanderfolge von Pulsen nur dann wohlgefällig ist, oder als consonirender Accord erscheint, wenn sich die Pulsgruppe nach den einfachen Gefühlsmaassen 2 3 4 und höchstens 5 übersehen lässt, so verlangt das Gefühl auch die Aufeinanderfolge der einzelnen Töne und Accorde in einem nach dem Gesetz des Rhythmus geordneten Zeitflusse **). Das Rhythmische muss wieder rhythmisch geordnet erscheinen, Melodie und Harmonie müssen im wohlgefälligen Tacte fort-

*) Man denke hiernächst an die sogenannten Wolfsquinten, die aus einem ähnlichen irrigen Stimmverfahren entstanden.

**) Unser musikalischer Tact zerfällt im Wesentlichen in den geraden Rhythmus  oder  und in den ungeraden . Diese Tactpulse sind nichts anderes, als die in der Region des Zählbaren dargestellten Octaven und Quinten; sie würden als solche erscheinen, wenn sie so schnell auf einander folgten, dass sie in das Gebiet des Klanges übergingen. Ein fünftheiliger Tact verbindet das Angenehme mit dem Aufregenden, wie die der Zahl 5 im Klanggebiete entsprechende grosse Terz, und ein siebentheiliger Tact wird störend, wie die aus der Zahl 7 entspringende Septime dissonirend ist. (Vgl. Uebersicht § 4.)



Digitized by Google

fliessen und selbst die Tacte wieder in rhythmisch gegliederten Perioden auf einander folgen. Nachstehende Perioden



kann man weder um einen Tact vergrössern, noch verkürzen, ohne sogleich die angenehme Wirkung zu stören. Jede dieser Perioden stellt gleichsam nur einen grösseren ausgedehnten Tact dar, welcher nur in so viel Theile, hier einzelne Tacte, zerlegt werden kann, als das Gesetz des Rhythmus zulässt. Es würde also eben so unzulässig sein, Tanzmelodieen in Perioden von 7, 11, 13 u. s. w. Tacten zu setzen, als es unmöglich ist, einen dem Gefühl leicht fasslichen Tact von 7, 11, 13 u. s. w. Theilen zu haben. So wie nämlich die einzelnen Tacttheile vom Gefühle accentirt werden, so misst das Gefühl auf ähnliche Weise auch die Anzahl der Tacte einer Periode. Wie in obigen Beispielen angedeutet, erhält jeder Tact als Theil einer Periode wieder einen besonderen Accent, was bei Tänzen am deutlichsten gefühlt wird, weil hier die einfachste rhythmische Gliederung Statt findet. So wie ferner das Rhythmuswidrige im Klange als Dissonanz erscheint, so wirkt auch der gestörte oder weniger verständliche Rhythmus im Tacte oder in der musikalischen Periode völlig analog. Man versuche es, obigen Tacten beim Vortrage andere Accente zu geben, und der Zuhörer wird sogleich das Fremdartige bemerken und das sogenannte Tacthalten verlangen. Dr. Gottfried Weber nennt in seiner allgemeinen Musiklehre § 47 „den Rhythmus zur Wesenheit der Musik nicht nothwendig gehörend.“ Obwohl nun Weber diesen Satz a. a. O. nur auf den Rhythmus im Tacte und in der Periode bezieht, so möchte ich ihn doch auch in dieser Einschränkung nicht gelten lassen. Allerdings lässt sich eine blosse Ton-Prosa, wie im Chorale, im Recitativ, im psalmodischen Gesange u. s. w., denken, wo ein Tactrhythmus nicht vorherrschend gefühlt wird, weil die Bewegung entweder zu langsam ist und dem blossen Zeitmaasse angehört, oder wo wirklich eine Rede gleichsam nur melodisch gesprochen wird. Dennoch aber wird der gefühlvolle Sänger auch hier und zwar unwillkührlich dem inneren Gefühlstacte folgen und niemals die einzelnen Töne oder Figuren in so verschiedenartigen Zeitlängen vortragen, dass zwischen letztern gar kein verständliches Maass Statt fände. Wo der Rhythmus gänzlich fehlt, da ist auch keine verständliche Melodie, keine fassliche Aufeinanderfolge von Tönen und Accorden, also auch keine Musik mehr vorhanden. Diess schliesst die Anwendung aufregender Rhythmen oder weniger fasslicher Gefühlsmaasse nicht aus; im Gegentheil sind sie für das Tactgebiet eben so wichtig und unentbehrlich, als die daraus entspringenden unvollkommenen Consonanzen und Dissonanzen im Tongebiet; ihr Gebrauch und ihre Wirkung ist dem der letzteren völlig analog.

Digitized by Google

§ 24.

Bei einer so vollständigen Uebereinstimmung der Erfahrung mit der Theorie glaube ich daher nunmehr den Satz aufstellen zu dürfen, dass die Musik von der einzelnen Consonanz an bis zum vollendeten Tongebäude einzig auf rhythmischer Bewegung beruht. Rhythmische Klangpulse erzeugen die Harmonie der Töne, rhythmisch auf einander folgende Töne und Accorde den wohlgefälligen und nothwendigen musikalischen Tact, rhythmisch geordnete Tacte die angenehme Periode u. s. w., und aus dem aufregenden Rhythmus folgt die Dissonanz, der störende Tact, überhaupt beunruhigende Musik. Die Vereinigung so vieler wohlgefälligen einzelnen Theile, ohne Ausnahme nach einem und dem nämlichen Gesetz geordnet, diese grosse Mannigfaltigkeit in der Einheit musste daher wohl auch nothwendig der Musik die ausserordentliche Kraft verleihen, die alle Gefühle zu entflammen vermag. Wo von der einzelnen Consonanz an bis zur Verbindung aller Hauptheile eines Tonstücks der angenehme Rhythmus vorherrscht, da muss Wohlgefälliges entstehen; wo aber im geraden Gegentheil der Klang-, Tact- und Perioden-Rhythmus in schwer verständlichen Formen erscheint, da muss das auf so vielfache Weise aufgeregte Gefühl bis zur höchsten Unruhe und Erschütterung gebracht werden können.

## Bildliche Versinnlichung der Theorie.

§ 25.

Um die Schwingungs- oder Pulsverhältnisse der Töne, so wie das Verhältniss ihrer Höhen, unter welchen sie dem Gehör erscheinen, für das Auge darzustellen, bietet die höhere Geometrie in der logarithmischen Linie das vollständigste Hülfsmittel dar, indem die Abscissen dieser Curve die Logarithmen der zugehörigen Ordinaten darstellen. Sei nämlich C c′ Fig. 4 eine logarithmische Curve und $\alpha\beta$ deren Abscisse. Nimmt man nun auf letzter $CD^b = 93$, $CD = 152$ und 170, $CE^b = 263$, $CE = 322$, u. s. w. $Cc = 1000$ (wie § 18) und zieht aus den Puncten C. $D^b$. D. $E^b$. E u. s. w. senkrechte Ordinaten bis zur Curve, so stellen erstere die verhältnissmässigen Höhen dieser Töne über dem Grundtone und letztere die ihnen zukommenden Pulsverhältnisse dar. Es verhalten sich nämlich die Ordinaten CC′ zu EE′ wie 1 zu $\frac{4}{5}$, CC′ zu FF′ wie $1 : \frac{3}{4}$, CC′ zu GG′ wie $1 : \frac{2}{3}$ u. s. w. (S. § 18.) Auf der Abscissenlinie aber ist $CE = FA = GH$ die Grösse der grossen Terz; $CF = EA = Gc$ die der Quarte; $CG = EH = Fc$ die der Quinte; $CE^b = EG = Ac$ die der kleinen Terz; $FG = AH = CD = 170$ die der grössern Secunde (des sogenannten grossen ganzen Tones); $GA = 152 = DE$ (322 — 170) die der grossen Secunde (des sogenannten kleinen ganzen Tones); $EF = Hc = CD^b = 93$ die der kleinen Secunde (des sogenannten grossen halben Tones); $E^bE = A^bA = 59$ die des kleinen halben Tones, und endlich der Unterschied der beiden D oder B an 18 das sogenannte grosse Comma (*Comma syntonum*).



Digitized by Google

§ 26.

Theilt man die Länge $\alpha\beta$ in 12 gleiche Theile, wie in Fig. 4 unter T geschehen, so geben die Theilpuncte die Lage der Töne für unsere practische, gleichschwebend temperirte Tonleiter an, und man übersieht mit einem Blicke die § 19 aus Rechnung abgeleiteten Abweichungen derselben von der natürlichen Reinheit der Intervalle, so wie die daraus entstehenden Abweichungen der übrigen § 19 nicht betrachteten Töne. Man sieht, dass die Quinte G um eben so viel unter sich schwebt, als die Quarte F zu hoch ist; dass die grosse Terz um $11\frac{1}{3}$ Tausendtheil Octave zu scharf, und die kleine Sexte um eben so viel zu niedrig ist; dass die kleine Terz um $\frac{13}{1000}$ Octave unter sich schwebt und eben deshalb die grosse Sexte um so viel schärfer werden muss u. s. w. Was die Zeichnung wegen ihrer Kleinheit Undeutliches haben könnte, ersetzen die beigefügten Zahlenwerthe. Dass sich auf ähnliche leichte Weise alle übrigen musikalischen Scalen mit einander vergleichen und die Abweichungen messen lassen, welche die aus solchen Scalen entnommenen Accorde gegen die naturgemäss reinen Accorde haben, erhellet ohne Weiteres von selbst. Meiner Allg. Th. d. M. ist ein solcher Accordmesser, so wie eine vergleichende Scale für die enharmonische Tonleiter, die Kirnberger'sche und 12 und 19stufige gleichschwebende Temperatur beigegeben.

§ 27.

Die Lage der Ordinaten in Fig. 4 versinnlicht zugleich die § 16, 7 angedeutete symmetrische Ordnung der Töne in der einfachen rhythmischen Tonleiter. So wie hier die Mitte der Octave gleichsam als Centrum des wesentlichen Tongebiets erscheint, so wird auch das Centrum jedes andern einfachen Intervalles wieder zu einem Mittelpuncte kleinerer Intervalle, deren Einfachheit und Wohlgefälligkeit jedoch immer mehr und mehr abnimmt. Bemerkenswerth sind insbesondere die Mittelpuncte des Quint- und Quart-Intervalles diesseits und jenseits des Octavmittelpunctes. (Siehe § 32, 4.) In Fig. 4 sind diese Quintmittelpuncte bei m und die Quartmittelpuncte bei m′ angedeutet; die ihnen entsprechenden Puls- und Höhen-Verhältnisse sind, der aufsteigenden Ordnung nach, für

| m′ | m | Octavmitte. | m | m′ |
|---|---|---|---|---|
| $r\frac{4}{3}$ | $r\frac{3}{2}$ | $r2$ | $r3$ | $r\frac{8}{3}$ |
| 207,5 | 292,5 | 500 | 707,5 | 792,5 |

§ 28.

Der Umstand, dass in der logarithmischen Linie die Abscissen, von irgend welchem Puncte aus gerechnet, die Logarithmen der zugehörigen Ordinaten sind, bedingt umgekehrt den Satz, dass, wenn man auf der Abscissenlinie gleich grosse Theile, z. B. B*)F, FC u. s. w. nimmt, die zugehörigen Ordinaten dann eine geometrische Progression bilden, d. h. es muss dann sein: Ordinate B zur Ordinate F wie Ordinate F zur Ordinate C u. s. w. oder in Zeichen:

*) Hier ist das B von $\frac{1}{5}$ gemeint.

Digitized by Google

$$\frac{\text{Ord. B}}{\text{Ord. F}} = \frac{\text{Ord. F}}{\text{Ord. C}} = \frac{\text{Ord. C}}{\text{Ord. } \overline{\text{G}}} \text{ u. s. w.}$$

wo $\overline{\text{G}}$ diejenige Ordinate bedeutet, welche in der Entfernung FC unterhalb des Punctes C oder $\alpha$ liegt, oder dem Contra G, der nächst tieferen Quarte des Tones C angehört. Im vorliegenden Falle verhält sich die grössere Ordinate zur nächstfolgenden kleinern stets wie 4 zu 3, oder die kleinere ist stets $\frac{3}{4}$ von der grösseren. Denkt man sich also die Abscissenlinie in der Richtung von $\beta$ über $\alpha$ ins Unendliche fort verlängert und in lauter solche gleiche Theile wie FC eingetheilt, so wird jede folgende Ordinate $\frac{3}{4}$ von der nächst vorhergegangenen, also stets etwas Wirkliches sein. Die Curve c′ C′ wird also der Abscissenlinie immer näher und näher kommen, aber nie mit ihr völlig zusammentreffen, weil die Ordinaten zwar immer kleiner, aber niemals = Null werden; in entgegengesetzter Richtung aber wird sie sich immer weiter von der Abscisse entfernen.

Der Kenntniss dieser Eigenschaften der logarithmischen Linie bedürfen wir zur Verständlichkeit dessen, was im Folgenden noch vorkommen wird.

## § 29.

Es ist bekannt, dass bei gleicher Dicke und einerlei Spannung die Schwingungsmengen der Saiten sich umgekehrt wie die Längen der Saiten verhalten, dass folglich die Hälfte einer Saite zweimal, das Drittheil 3mal, das Viertheil 4mal u. s. w. so schnell schwingt, als die ganze Saite. Leicht ist daher nun einzusehen, dass man auch diese Längenverhältnisse der Saiten mittelst der Toncurve bestimmen könne. Sei nämlich CC′ in Figur 4 die Länge der Saite für den Ton C, so hat man, wegen der im vorigen § entwickelten Natur der logarithmischen Linie,

$$\frac{\text{CC}'}{\text{Saitenlänge von G}} = \frac{\text{GG}'}{\text{CC}'} = \frac{\text{CC}'}{\text{X}}$$

wo X diejenige senkrechte Ordinate der Curve bedeutet, welche in der Entfernung = CG unterhalb des Punctes C steht, oder der negativen Abscisse des betreffenden Tones zugehört, wenn der Punct C als der Nullpunct der Abscissen betrachtet wird. Zeichnet man also die Curve so gross, dass sie gerade zwei volle Octaven umfasst, und theilt dann die zur untern Octave gehörige Abscisse gerade so wie die Abscisse $\alpha\beta$, nur in umgekehrter Ordnung, ein: so stellen die Ordinaten der untern Octave die verhältnissmässigen Saitenlängen zu den entsprechenden Tönen der obern Octave dar. Begreiflich lässt sich diess aber auch schon dadurch erreichen, dass man den untern Theil der Curve umgekehrt in die Lage C′ c″ bringt, weil man dann die Theilung der Abscisse $\alpha\beta$ für diesen Nebenzweck mit benutzen kann. So stellt nun z. B.

CG die Höhe<br>Gg die Saitenlänge<br>GG′ die Pulszahl } des Tones G, CF die Höhe<br>Ff die Saitenlänge<br>FF′ die Pulszahl } des Tones F

dar, wobei die Länge CC′ als Einheit für die Pulszahlen und Saitenlängen, die Länge $\alpha\beta$ aber als Einheit für die Höhen der Töne oder für die Grösse der Intervalle zu betrachten ist.

Digitized by Google

Allgemein lässt sich diess kürzlich so übersehen. Die Gleichung der Curve ist $x = \log. y$, wenn x die Abscisse und y die Ordinate bedeutet. Sei nun $y'$ die Saitenlänge für den Ton, welchem jenes y als Pulszahl angehört, so ist

$$y' = \frac{1}{y} \text{ und } \log. y' = -\log. y = -x \quad \text{d. h.}$$

die Saitenlänge $y'$ ist der zur negativen Abscisse x gehörigen Ordinate gleich.

§ 30.

Setzt man die Saitenlängen und Spannungen für alle Töne gleich gross, dann geben die Ordinaten der umgekehrten Curve die Verhältnisse der Durchmesser der Saiten für jeden Ton an. In diesem Falle gilt nämlich wieder das ähnliche Gesetz, dass sich die Schwingungsmengen umgekehrt wie die Durchmesser der Saiten verhalten.

§ 31.

Setzt man die Saiten gleich lang und gleich dick, dann ist das Spannungsverhältniss der einem gewissen Tone angehörigen Saite durch diejenige Ordinate der direct laufenden Curve $C'c'$ gegeben, welche der doppelten Abscisse dieses Tones zukommt, wenn man die Ordinate von C als Einheit der Spannung betrachtet. Sei nämlich $CC'$ als Ordinate oder Pulszahl des Tones $C = 1$; eben dasselbe $CC'$ bedeute ferner die Grösse der Spannung für die Saite von C und sei, wie gedacht, ebenfalls die Einheit für das Maass der Spannung; endlich seien y die Ordinate, x die Abscisse und p die Spannung der Saite für irgend einen andern Ton: so hat man, da sich unter obiger Voraussetzung gleicher Länge und gleicher Dicke der Saiten die Schwingungsmengen derselben direct wie die Quadratwurzeln der spannenden Gewichte verhalten:

$$\frac{1}{y} = r\frac{1}{p} \text{ oder } y^2 = p$$

woraus $\log. p = 2 \log. y = 2x =$ der Abscisse zur Ordinate p. So würde also z. B. die Spannung der zum Tone F gehörigen Saite durch die Ordinate von $B = \frac{16}{9}$ gegeben sein, weil $CB = 2 \times CF$. Die Spannung der F Saite würde also $\frac{16}{9}$mal so viel als die Spannung der C Saite betragen müssen.

§ 32.

Windet man die logarithmische Linie Fig. 4 um einen geraden Cylinder, dessen Peripherie der Länge der Abscisse $\alpha\beta$ gleich ist, dergestalt, dass die Ordinaten auf die Grundfläche des Cylinders senkrecht zu stehen kommen, so wird die Curve $C'c'$ spiralförmig am Cylinder hinauf laufen. Verlängert man dann alle einzelnen Ordinaten und bestimmt auf ihnen die Puncte, wo ihr Doppeltes, 4faches, 8faches u. s. w. hinfällt, so erhält man die Puncte der Spirale für die 2te, 3te, 4te u. s. w. höhere Octave. Dasselbe kann man unterwärts mittelst der Hälfte, dem $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ u. s. w. der Ordinaten, für die tieferen Octaven erlangen und sich solches nach beiden Richtungen ins Unendliche fortgesetzt denken. Jeder Octave gehört dann ein voller Umlauf der Curve um den Cylinder zu; der Punct, wo

Digitized by Google

sie wieder in die Verlängerung der Anfangsordinate eintritt, schliesst die durchlaufene Octave und ist zugleich der Anfangspunct der nächstfolgenden. Es ist übrigens gleichgültig, durch welchen Punct der Curve man sich die Anfangsordinate gezogen denkt (s. § 28). Alle die Puncte der Spirale, welche in einer und der nämlichen verlängerten Ordinate liegen, gehören auch einerlei Tönen, nur in verschiedenen Regionen, an. Da nun alle Ordinaten (Erzeugungslinien des Cylinders), welche innerhalb irgend welcher Octave um den Cylinder herum gedenkbar sind, nothwendig auch durch alle übrigen Octaven verlängert gedacht werden können, so folgt, dass in keiner Octave ein Ton liegen kann, der nicht auch in allen übrigen Octaven wieder vorkäme. Die Abtheilung der Abscisse $\alpha\beta$ muss daher auch für alle anderen gedenkbaren Octaven gelten; sie misst die Abstände der Töne von einander, in welcher Octave auch immer diese Töne liegen mögen. Denkt man sich durch den Anfangs- und Endpunct jeder Octave horizontale Kreise (senkrecht auf die Ordinaten) um den Cylinder herum gezogen, so theilen diese Kreise (Octavringe) auf der Oberfläche oder dem sogenannten Mantel des Cylinders die einer jeden Octave zugehörigen Mantelflächen ab; sie verhalten sich, der Grösse nach, von irgend welcher Octave aus gerechnet,

aufwärts wie 1. 2. 4. 8. 16. 32 u. s. w.

abwärts wie 1. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{16}$. $\frac{1}{32}$ u. s. w.

und versinnlichen das progressive Wachsen und Abnehmen der Schwingungsmengen. Eine solche Säule, Tonsäule, Fig. 5, giebt dann ein eben so interessantes als vielumfassendes Bild der einfachen Gesetze des Tongebiets.

1) Jeder senkrechte Säulenschnitt giebt in jeder Octave stets zwei solche Töne, deren Abstände, vom Anfangspuncte ihrer Octave aus gerechnet, zusammengenommen gerade den Raum oder das Intervall der Octave ausfüllen; oder, jedes solche Intervall ist des andern Octavcomplement oder die Umkehrung des andern.

2) Da, wo die Spirale gerade den halben Weg um die Säule vollendet hat, liegt der harmonielose Mittelpunct der Octave. Alle Puncte der Spirale, welche in der auf M′ stehenden Ordinate liegen, sind solche bedeutungslose Mittelpuncte.

3) Das Consoniren der Töne hängt von der Einfachheit des Verhältnisses ab, was zwischen den Höhen dieser Töne über dem Grundkreise oder über der Linie C′ M′ Statt findet.

4) Schneidet man den Cylinder in den Puncten m und m′ oder in den § 27 angedeuteten Mittelpuncten der Quarten und Quinten, so ergiebt sich der bemerkenswerthe Umstand, dass die wohlgefälligen Verhältnisse (grosse Terz und Quarte mit ihren Octavcomplementen, der kleinen Sexte und Quinte) im Säulenabschnitte mM′, die dissonirenden in dem entgegengesetzten, gleich grossen Abschnitte m′C′, die Uebergangs- oder Grenzverhältnisse zwischen Consonanz und Dissonanz aber (die kleinen Terzen und grossen Sexten) in dem mittlern Raume m′m liegen.

5) Der im Fusse der Säule besonders gezeichnete Grundkreis oder die in einen Ring zusammengelegte Abscisse $\alpha\beta$ aus Fig. 4, welchen man sich auf C′m′mM′ liegend als eingetheilte Peripherie der Grundfläche des Cylinders vorzustellen hat, behält seine maassbestimmende Natur, wie man ihn auch um die verticale Axe des Cylinders gedreht

Digitized by Google

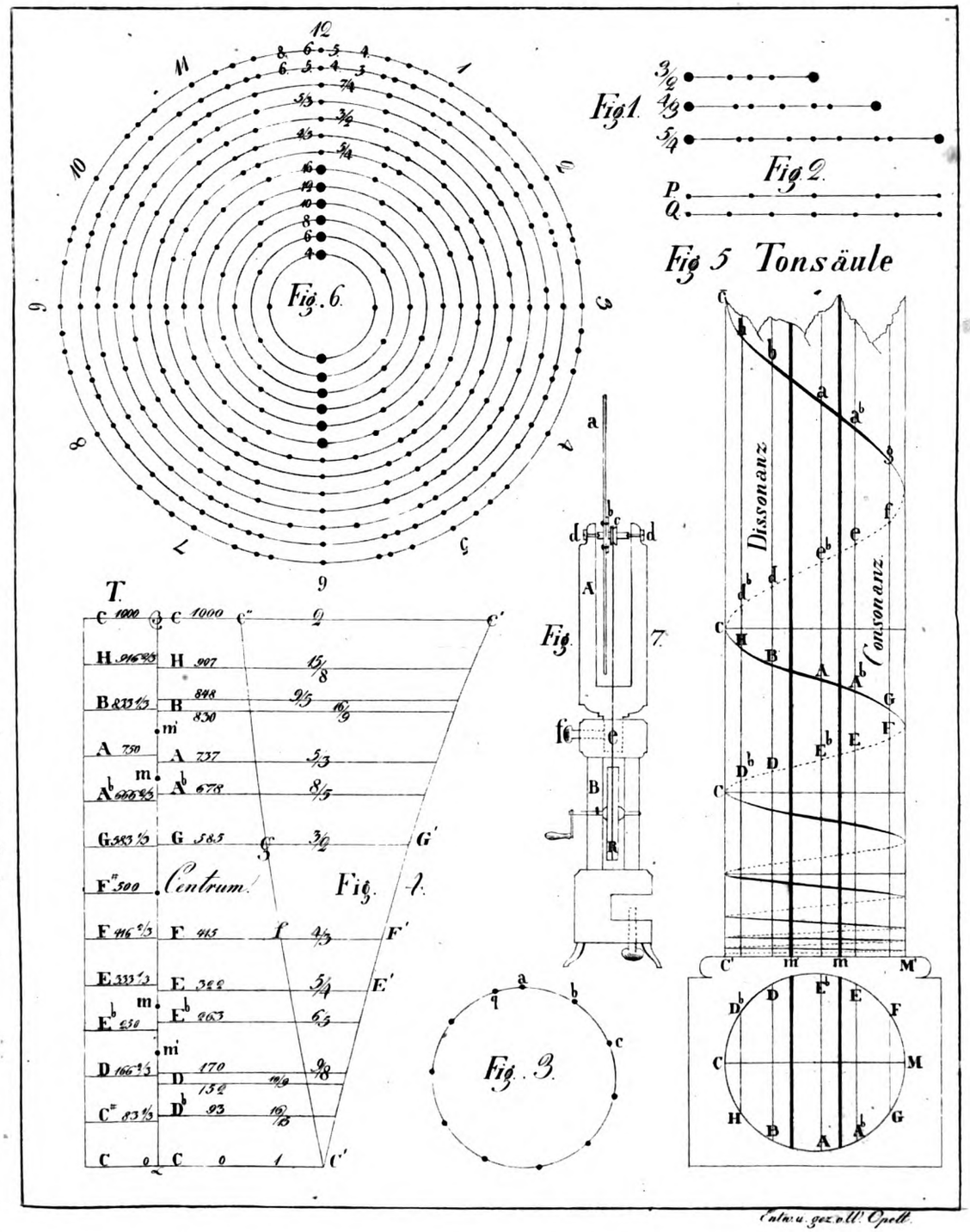
sich vorstellen mag. Die durch C′ gehende Ordinate bestimmt stets den Anfangs- und Endpunct der Octave, die auf M′ stehende stets den harmonielosen Mittelpunct derselben, die auf E stehende stets die grosse Terz u. s. w., woraus wieder der Satz folgt, dass kein Ton eine andere natürliche Leiter bis zu seiner Octave haben kann, als ein anderer Ton.

6) So wie die Spirale nach unten über die Grenzen der Töne hinab in die Sphäre des Zählbaren oder in das Gebiet der Tact- und Vers-Rhythmen und noch tiefer in das Gebiet des blossen Zeitmaasses steigt und hier, weil sie ihrer Natur nach nie den Grundkreis selbst erreichen kann (§ 28), gleichsam zum Maasse der Ewigkeit wird, so eilt sie auch jenseits über das Gebiet des Gehörs ins Unendliche hinauf, und man wird versucht, zu ahnen, dass die Erscheinungen, welche den nicht mehr hörbaren schnellen Pulsen angehören, nach ähnlichen Gesetzen, wie jene, von feineren Sinnen empfunden werden dürften. Wenigstens sind wir ohne weitere entscheidende Untersuchungen nicht zu dem Schlusse berechtiget, dass der Rhythmus, welcher, so weit wir ihn zählend und hörend verfolgen können, im Gebiete der Bewegung das Wohlgefällige bedingt, an den Grenzen der Klänge seine Rolle plötzlich endige. Welche Erscheinungen aber die noch schnelleren nicht mehr hörbaren Pulse für unser Gefühl erzeugen, ob sie, wie man vermuthet, als Licht und ihre Rhythmen als wohlgefällige Farben erscheinen, ob das Gebiet der blossen Bewegungsphänomene sich auch noch über die Grenzen des Gesichtssinnes hinaus erstrecke, auch hier noch die Gesetze des Rhythmischen herrschen und das Wohlgefällige und Störende in noch zarteren Empfindungen bedingen? diese Fragen können dem Verstande zur Zeit nur als Stoff zu weitern Forschungen vorgelegt werden. Ich beabsichtigte vor der Hand nichts weiter, als auf die grosse Rolle des Rhythmus in der Bewegung aufmerksam zu machen und zu zeigen, wie sich aus ihm das Wesen der Musik im weitesten Sinne des Worts und mit ununterbrochener Consequenz entwickeln lasse. Ob der gewählte Weg ein sicherer sei und der Standpunct, wohin er führte, einen noch tieferen Blick in die Einrichtung der Natur vergönne, bleibt weiteren Forschungen überlassen; unbedenklich wird man wenigstens demjenigen beistimmen dürfen, was v. Baer in seiner Anthropologie in Bezug auf das Wesen der Musik bemerkt:

„Ich wüsste nicht, in welcher Sphäre die Psyche sich weniger verhüllt beobachten liesse.“

BIBLIOTH DE LA VILLE DE LYON

Digitized by Google

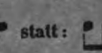



Digitized by Google

BIBLIOTH
DE LA
VILLE DE
LYON

Digitized by Google

## Verbesserungen.

Seite 22. 4. Zeile v. o.  statt: 

- 28. 11. - - - gleichschwebend statt gleichschwebenden

---

## Bemerkung.

Auf des Verfassers Allgemeine Theorie der Musik mit zugehörigem, auf Pappe besonders abgedruckten Accordmesser, werden Unterzeichnungen zu 2 Thaler sächs. noch bis zu Ostern 1835 angenommen.

Digitized by Google



Digitized by Google